

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»  
Высшая школа электроники и компьютерных наук  
Кафедра «Электронные вычислительные машины»

# Разработка демонстрационного комплекса для алгоритмов загоразивания Робертса, Аппеля, Z-буфера

Руководитель работы:  
к.т.н., доцент каф. ЭВМ  
Ярош Е.С.

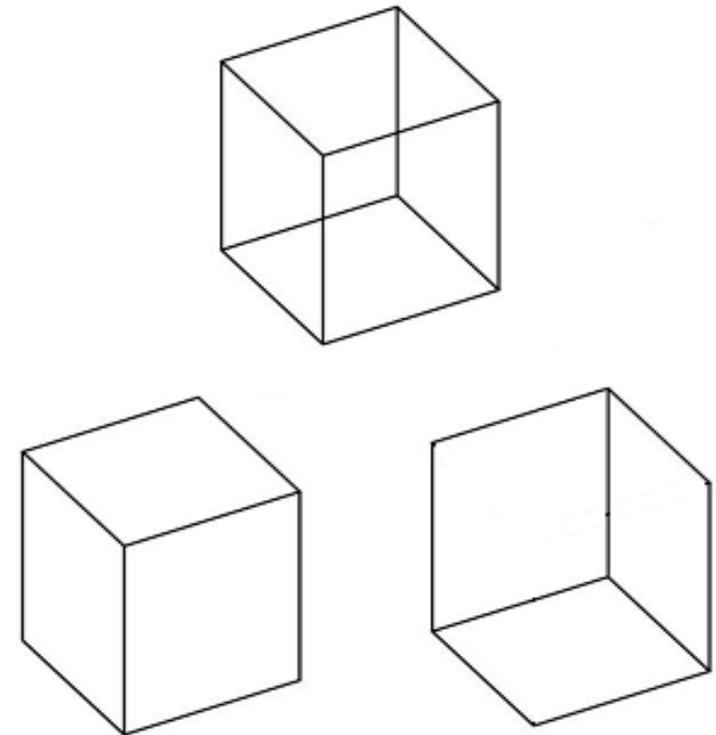
Автор работы:  
студент КЭ-405  
Росс К.А.

# Актуальность работы

Современная компьютерная графика – сложная и разнообразная научно-техническая дисциплина.

Большинство ее алгоритмов содержат под собой достаточно подробную теоретическую основу.

Имеет смысл визуализировать работу отдельных алгоритмов с помощью технологий компьютерного моделирования.



Необходимость удаления невидимых линий

# Цель и задачи проекта

## Цель:

Разработать демонстрационный программный комплекс для изучения алгоритмов загораживания. В приложение необходимо включить алгоритмы Робертса, Аппеля, Z-буфера.

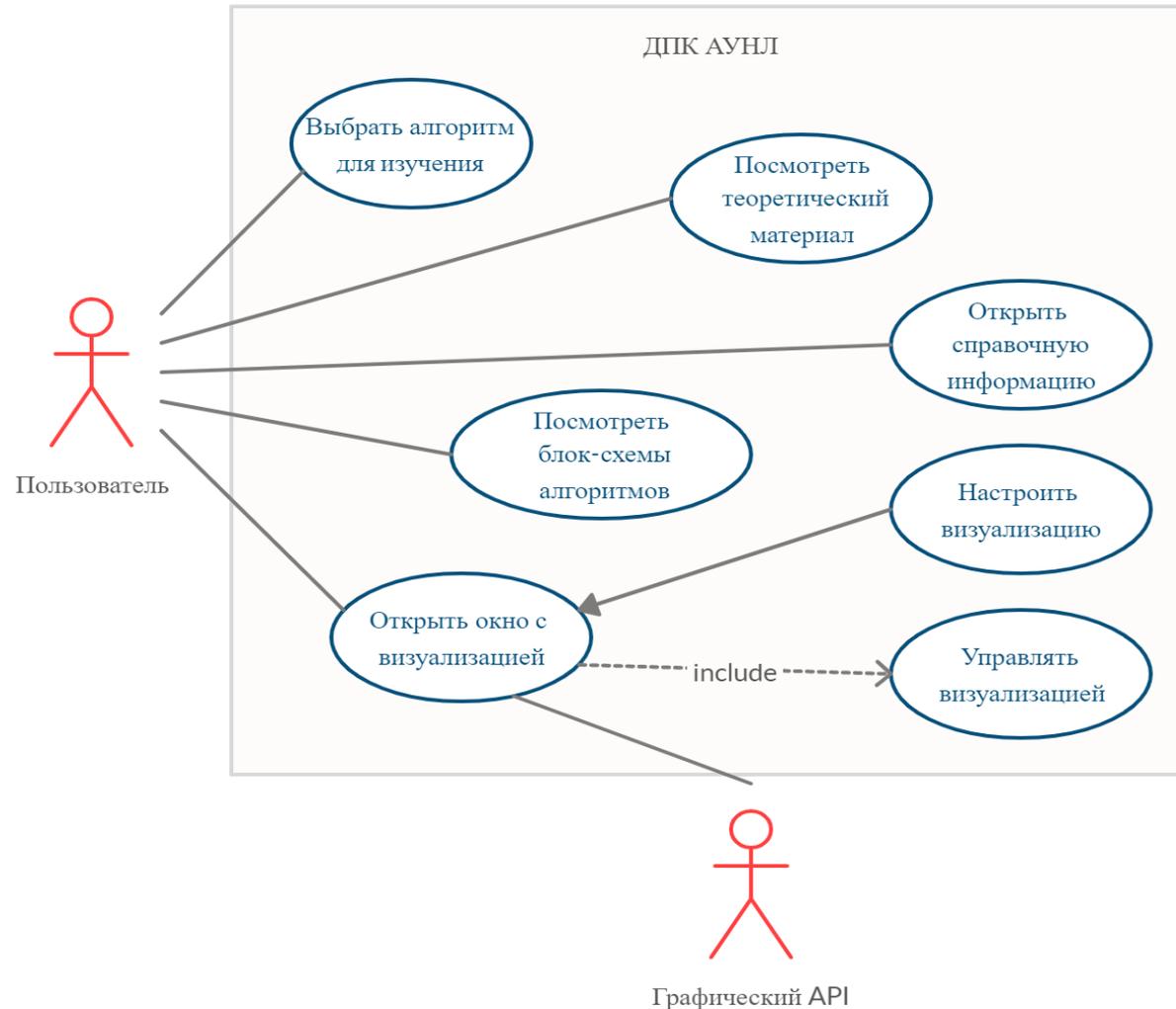
## Задачи:

1. Рассмотреть алгоритмы загораживания, указанные в задании.
2. Сделать обзор существующих аналогов, демонстрирующих работу алгоритмов.
3. Выбрать инструменты для разработки системы.
4. Разработать архитектуру собственного программного комплекса.
5. Выполнить программную реализацию комплекса.
6. Оценить работоспособность готовой системы.

# Аналоги

Наименование	Преимущества	Недостатки
1. Теоретические материалы	<ul style="list-style-type: none"><li>• информация по всем алгоритмам загораживания.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• отсутствие демонстрации применения.</li></ul>
2. Программный пакет на языке C++ (содержит Алгоритм Робертса)	<ul style="list-style-type: none"><li>• визуальное представление;</li><li>• помимо алгоритмов загораживания, есть другие алгоритмы компьютерной графики.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• нет теоретического обоснования;</li><li>• нет настроек визуализации;</li><li>• алгоритм Робертса применяется только для одного объекта в сцене.</li></ul>
3. Алгоритм Z-буфера с применением технологии WebGL	<ul style="list-style-type: none"><li>• визуальное представление;</li><li>• смена точки наблюдения;</li><li>• открытый программный код.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• нет теоретического обоснования;</li><li>• нет поэтапной визуализации алгоритма;</li><li>• отсутствуют настройки визуализации.</li></ul>
4. Программный пакет на языке Java	<ul style="list-style-type: none"><li>• визуальное представление;</li><li>• настройка процесса визуализации, включая задание параметров.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• нет теоретического обоснования;</li><li>• нет поэтапной визуализации алгоритма.</li></ul>

# Функционал системы



Отличительные особенности новой системы:

- алгоритмы расположены в одном месте;
- наличие раздела с теоретическим материалом, блок-схемами;
- возможность настройки визуализации;
- возможность манипулирования процессом визуализации.

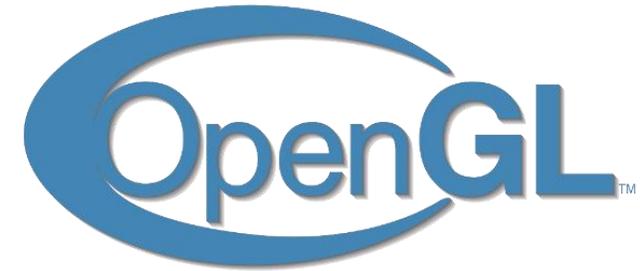
# Средства реализации



Среда разработки:  
Visual Studio 2017  
Community Edition.

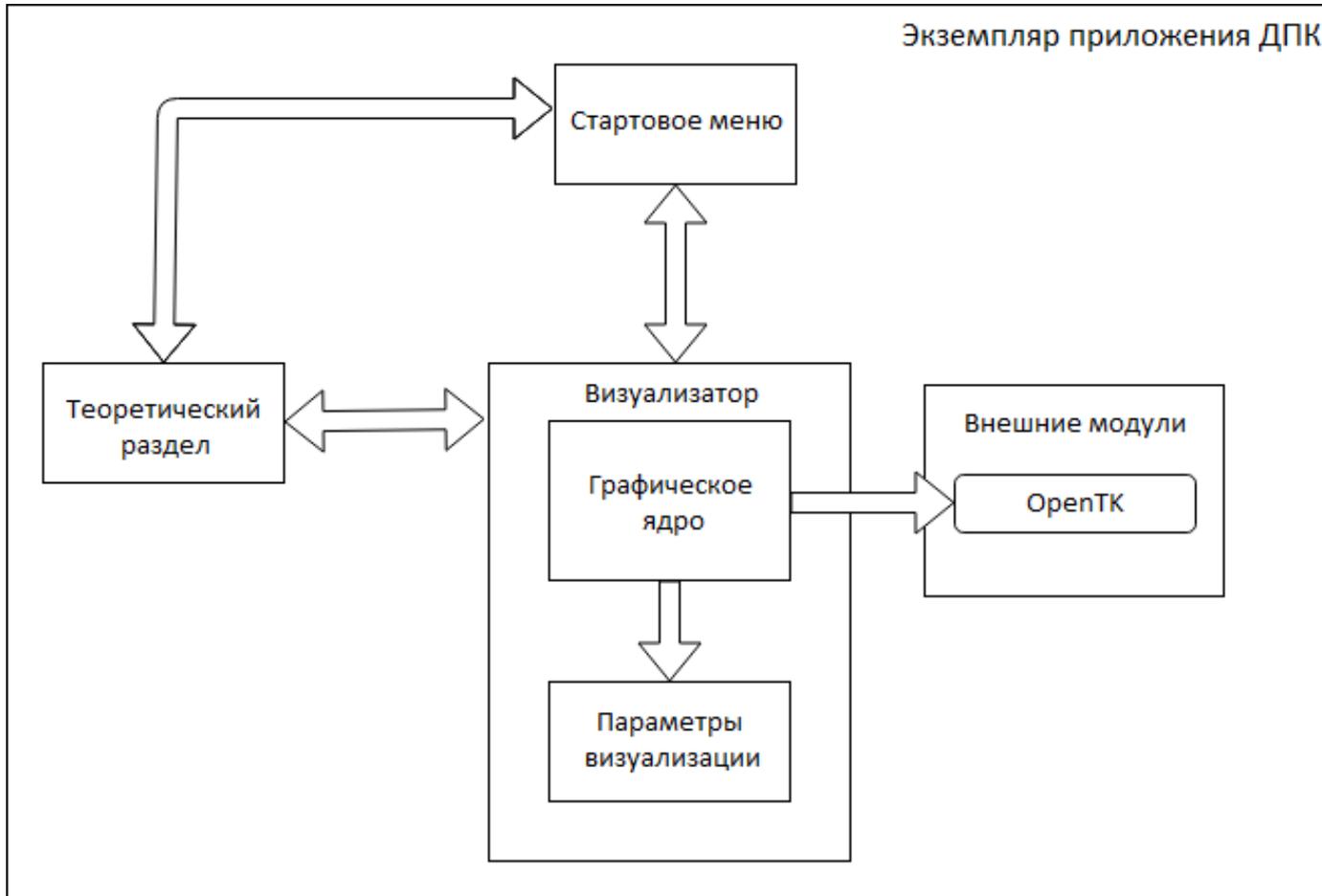


Язык  
программирования:  
C#.



Используемые библиотеки:  
OpenGL под wrapperом OpenTK  
(библиотека для работы с  
графикой), Windows Forms.

# Архитектура системы



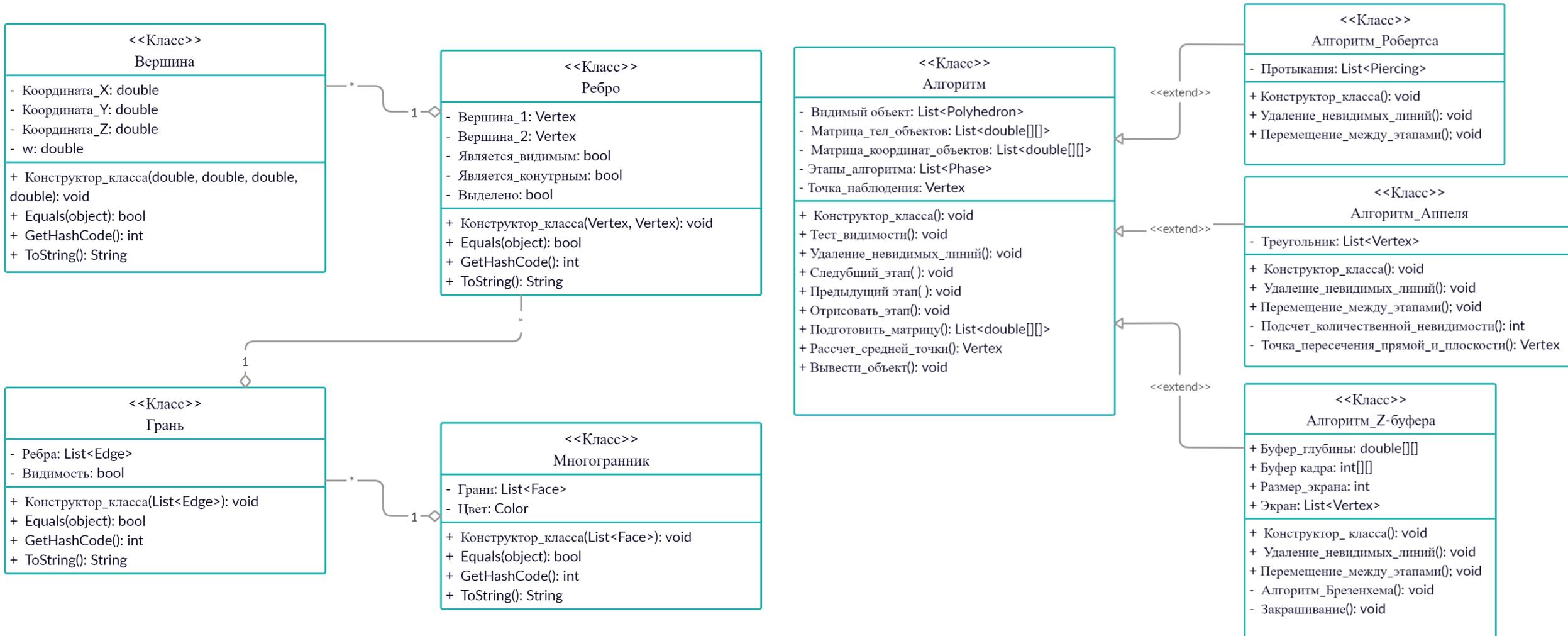
Теоретический раздел и визуализатор – основные модули приложения.

Дополнительные модули:

- стартовое меню;
- настройки визуализации.

Каждый из модулей выполнен в отдельном окне Windows.

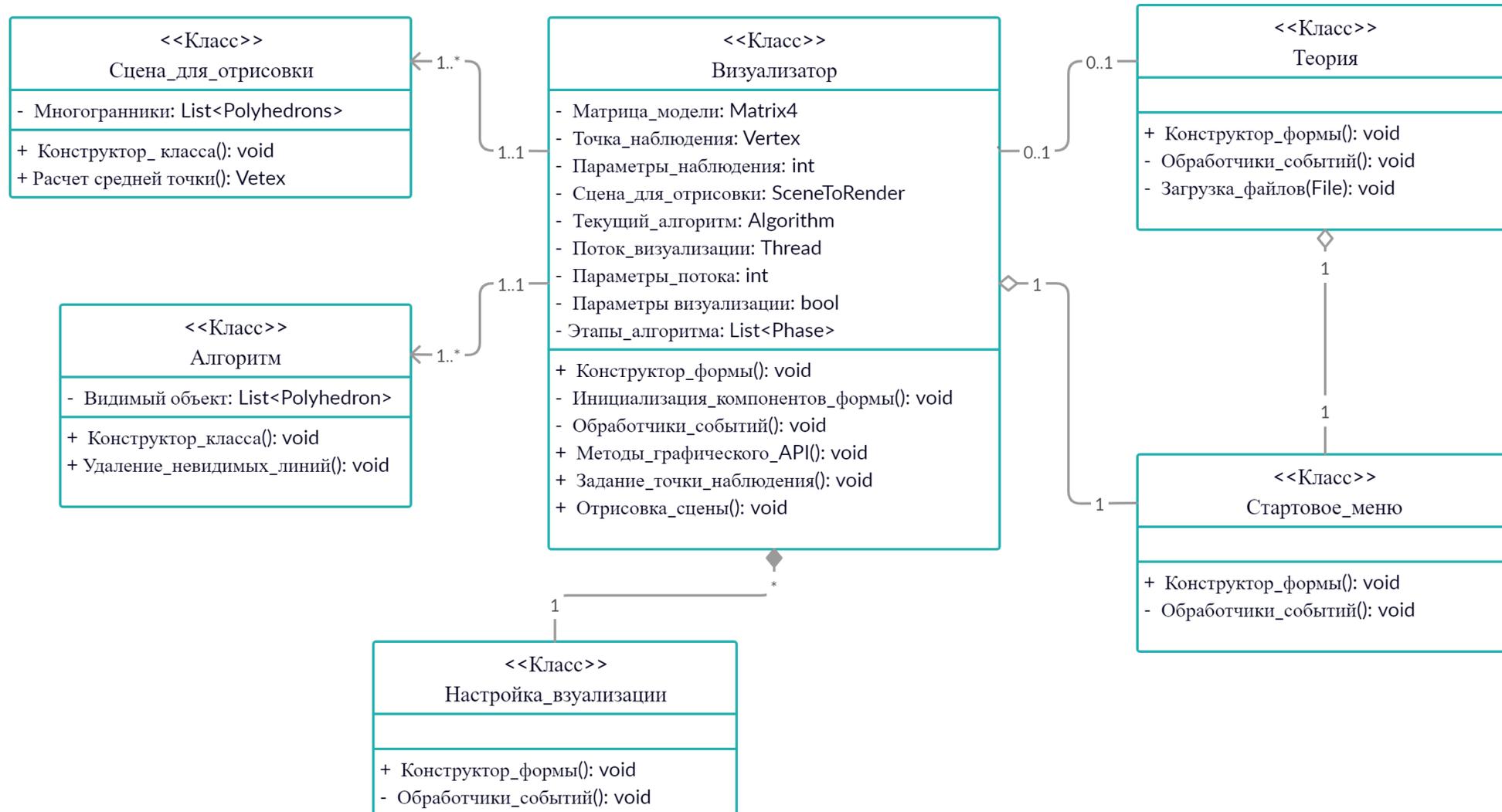
# Классы для алгоритмов загораживания



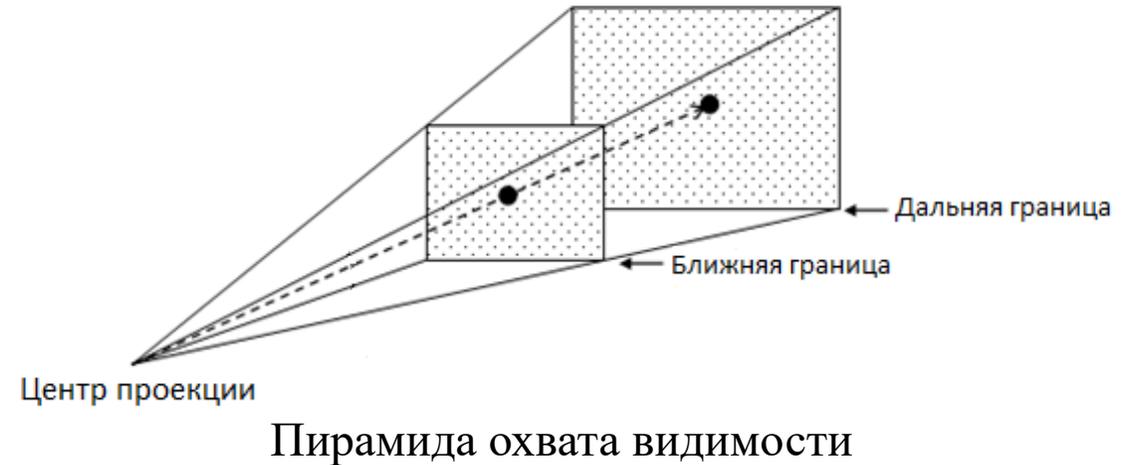
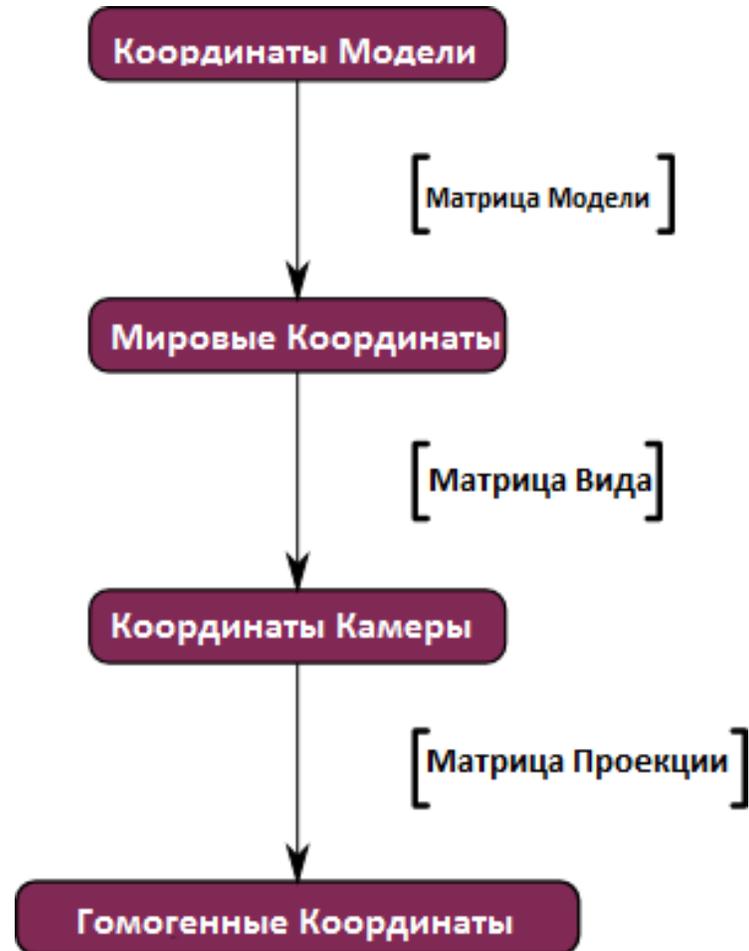
Графические примитивы

Алгоритмы загораживания

# Общая диаграмма классов

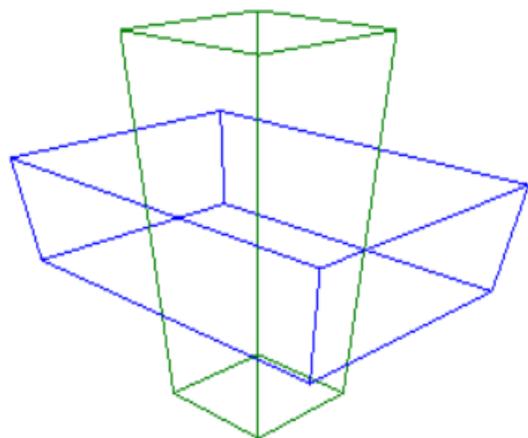


# Компьютерное моделирование объекта

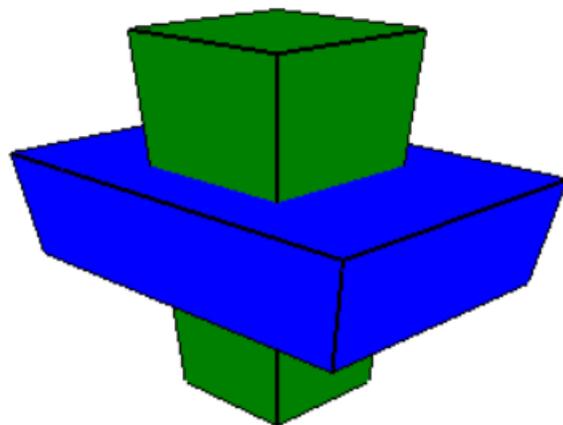


В процессе создания сцены используются несколько координатных систем, т.к. некоторые операции в них становятся проще для исполнения.

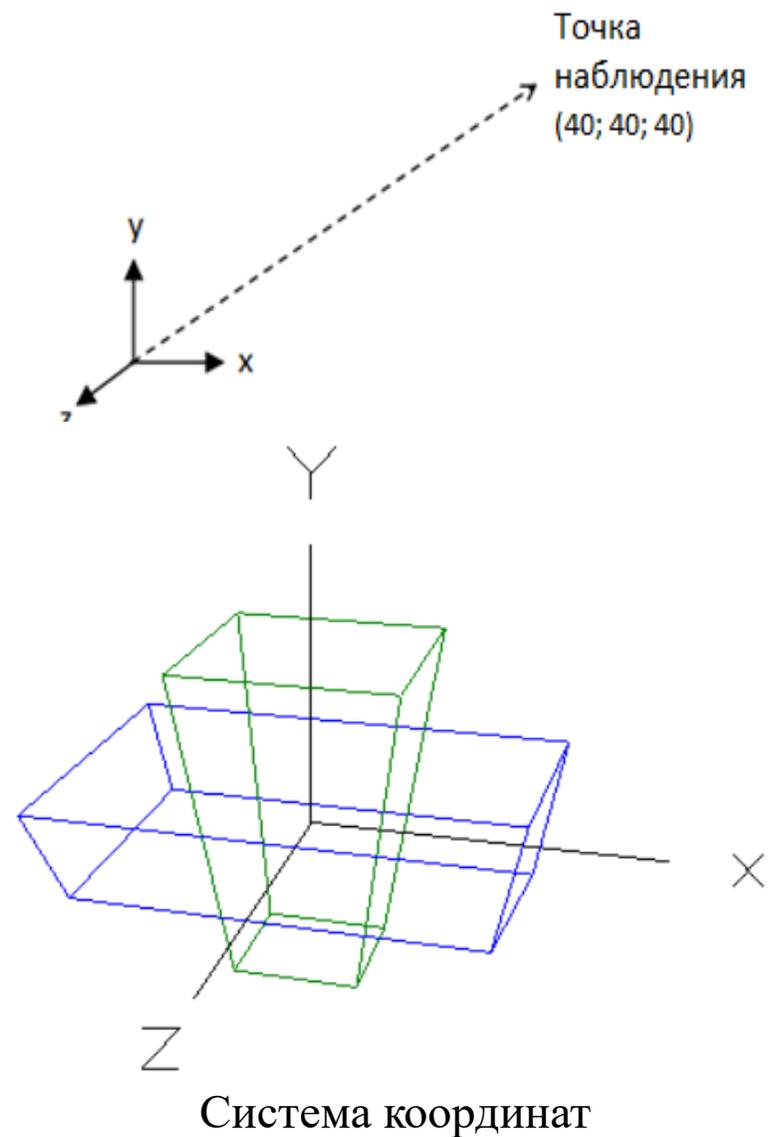
# Тестовая сцена



Каркасное изображение



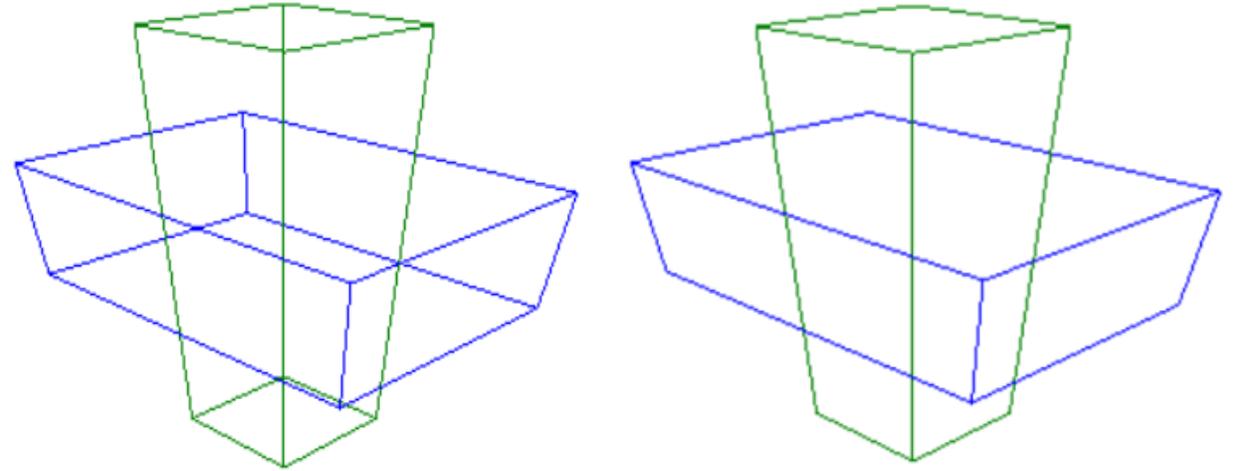
Желаемый результат



# Тест видимости

При выполнении теста видимости:

- определяется нормаль к грани;
- строится линия визирования, т.е. прямая, проходящая через точку наблюдения и основание нормали.



Применение теста видимости  
для тестовой сцены

Если угол между нормалью и линией визирования меньше  $\pi/2$  – грань потенциально видима. Если угол больше  $\pi/2$  – невидима.

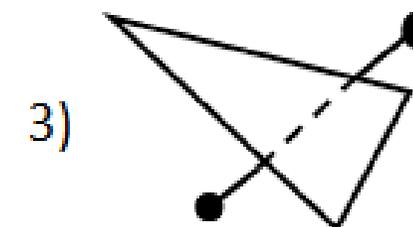
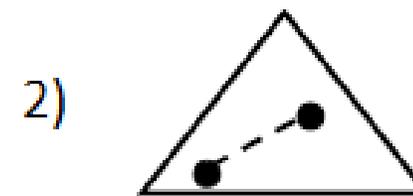
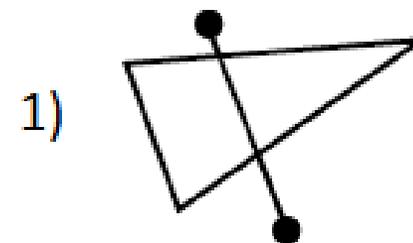
# Алгоритм Робертса

Работа Алгоритм Робертса проходит в две стадии:

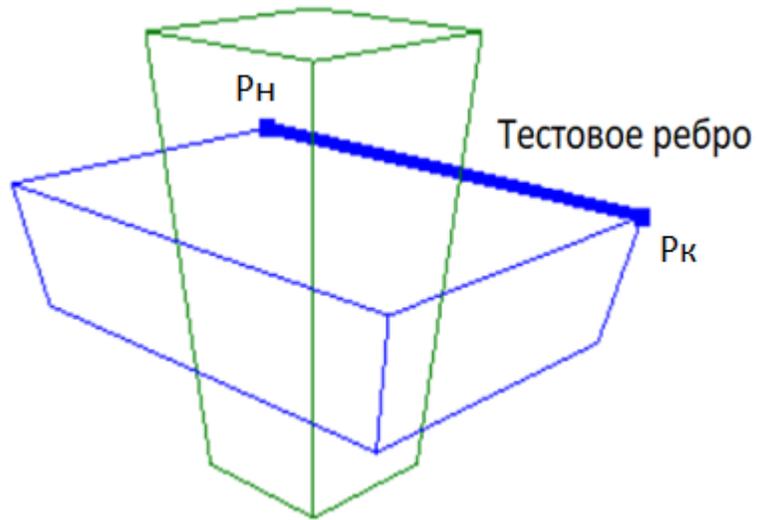
1. Определение невидимых граней для каждого тела в сцене отдельно (тест видимости).
2. Определение и удаление невидимых ребер, которые экранируются гранями других объектов.

Возможны следующие случаи расположения:

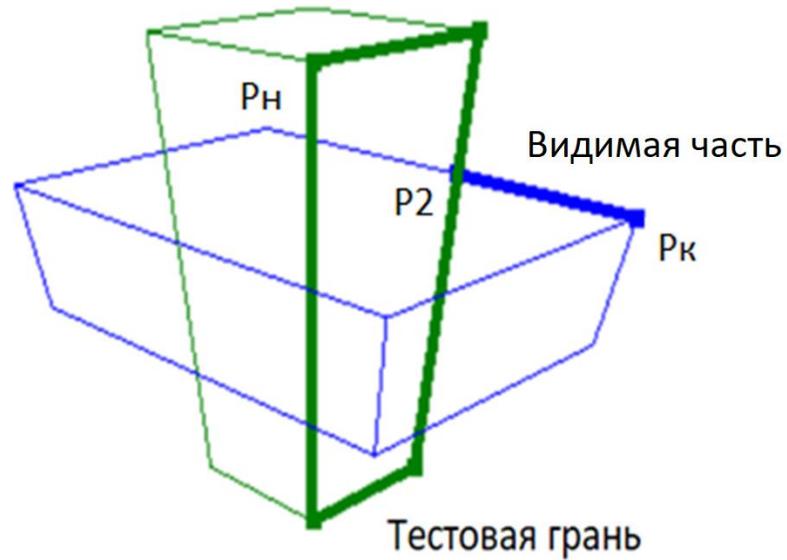
1. Грань ребра не закрывает. *Ребро остается в списке ребер.*
2. Грань полностью закрывает ребро. *Ребро удаляется из списка рассматриваемых ребер.*
3. Грань частично закрывает ребро. *В этом случае ребро разбивается на несколько частей.*



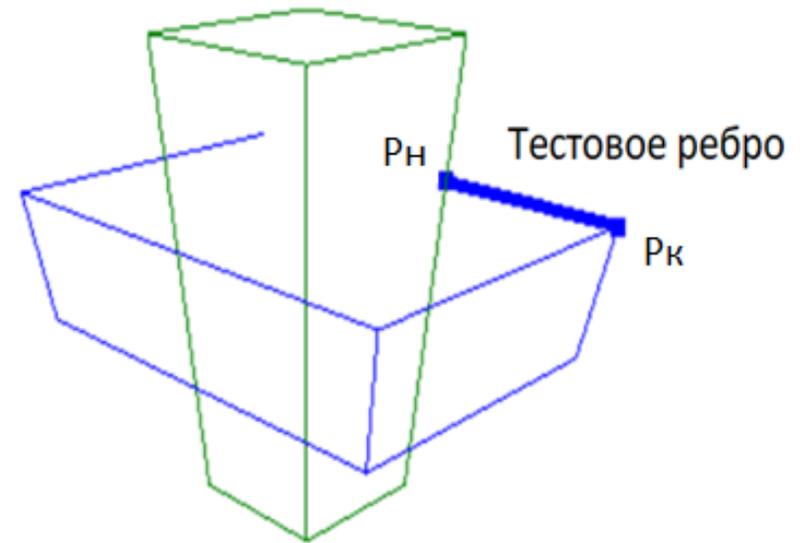
# Алгоритм Робертса



Выбор тестового ребра

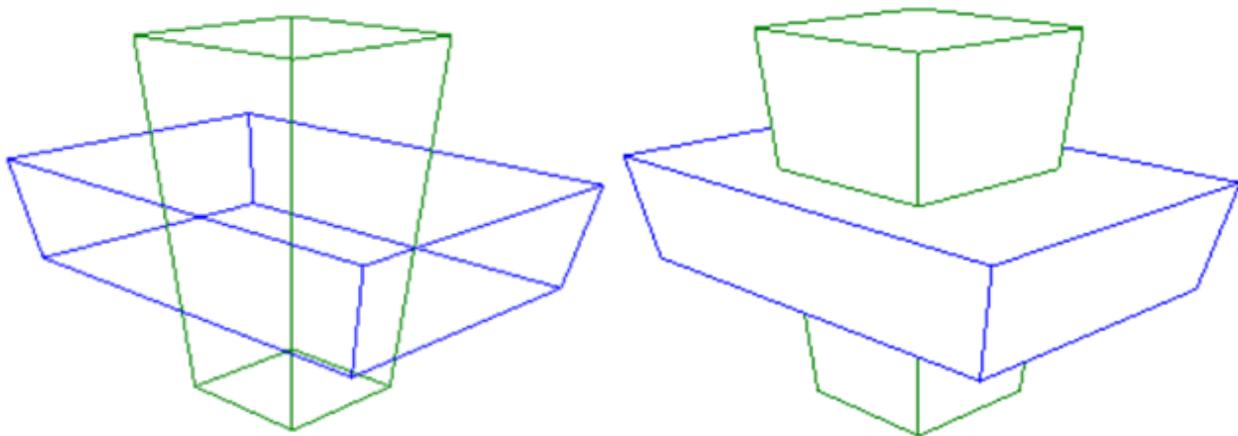


Определение видимой части



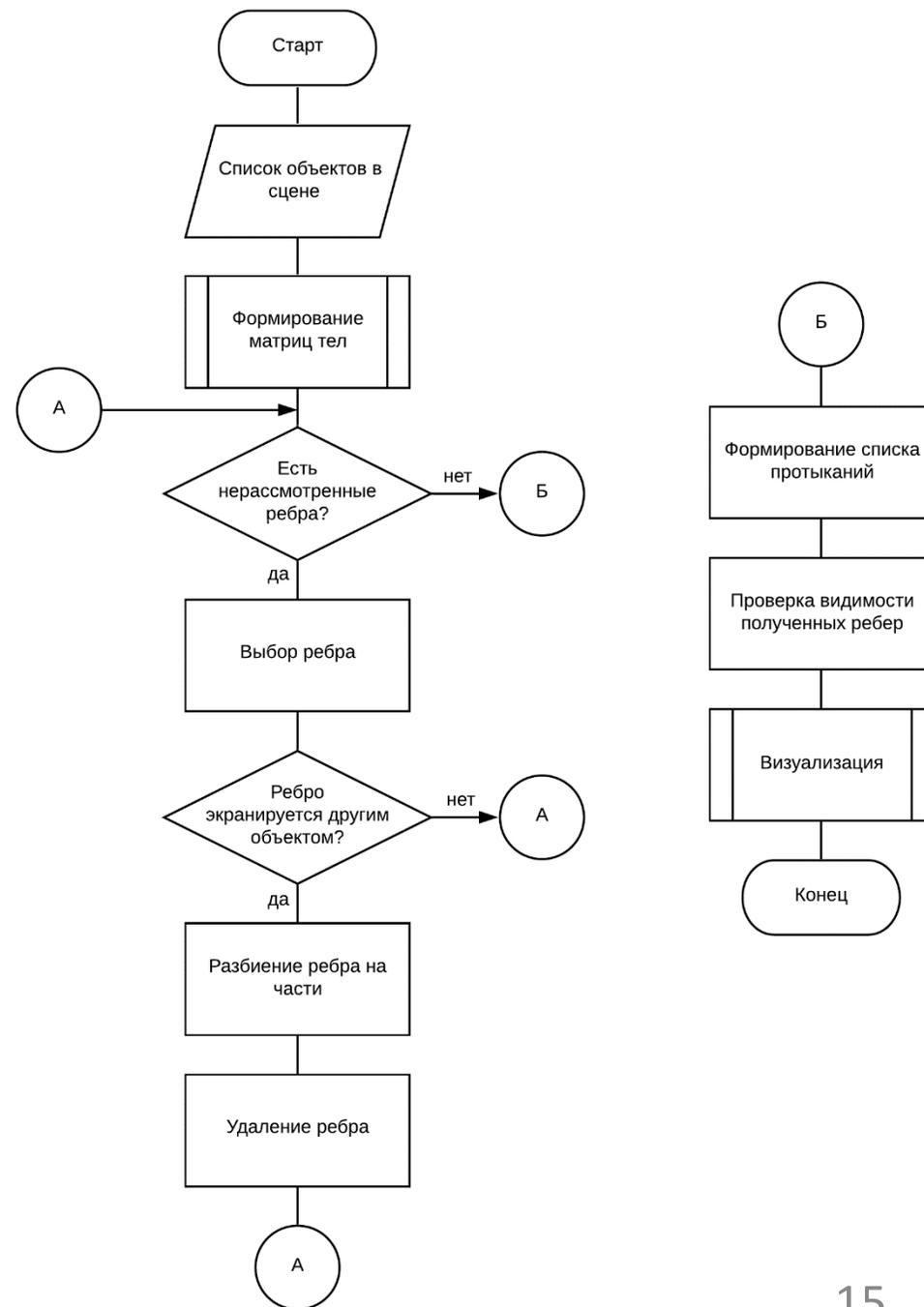
Результат

# Алгоритм Робертса



Применение алгоритма Робертса  
к тестовой сцене

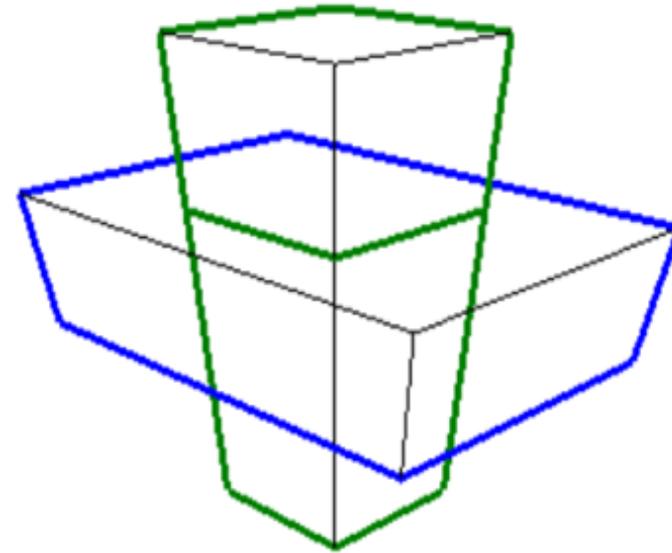
Временные затраты алгоритма пропорциональны квадрату числа ребер объектов в сцене ( $O(n^2)$ ).



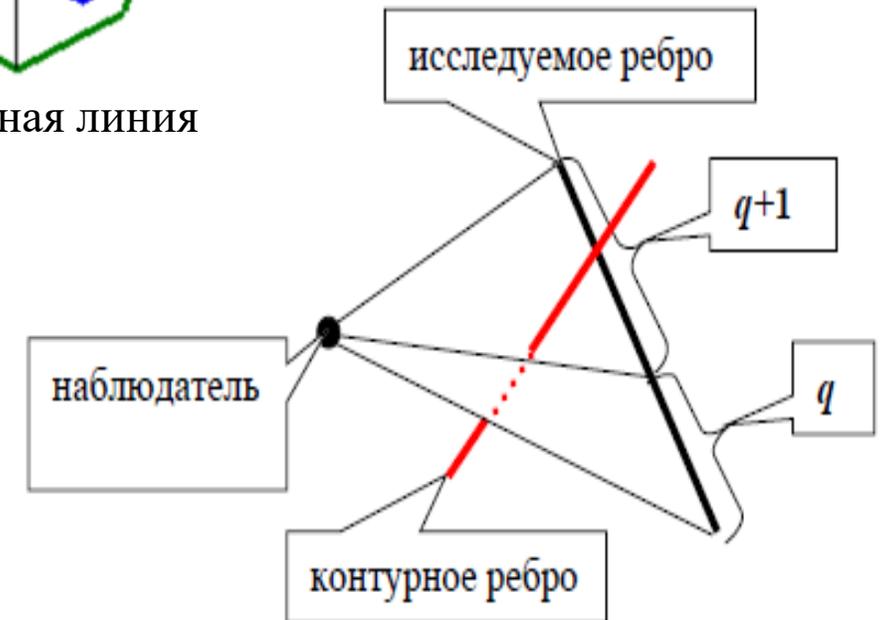
# Алгоритм Аппеля

Количественная невидимость точки ( $Q$ ) – число лицевых граней, закрывающих данную точку поверхности. Точка является видимой в том случае, если ее количественная невидимость равна нулю.

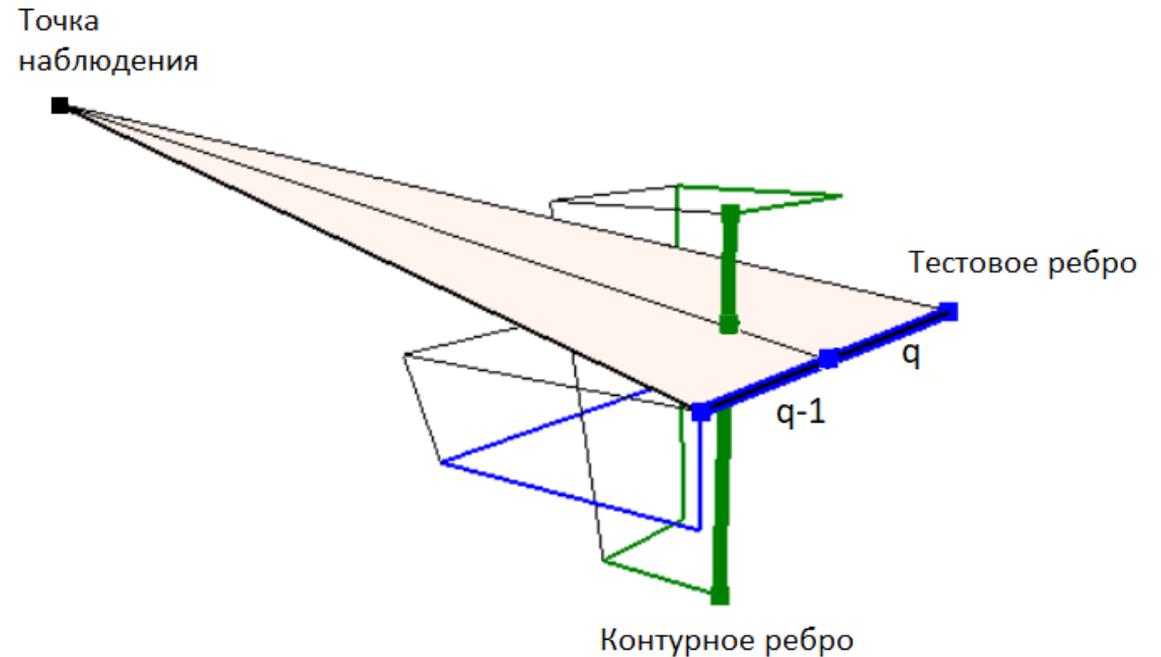
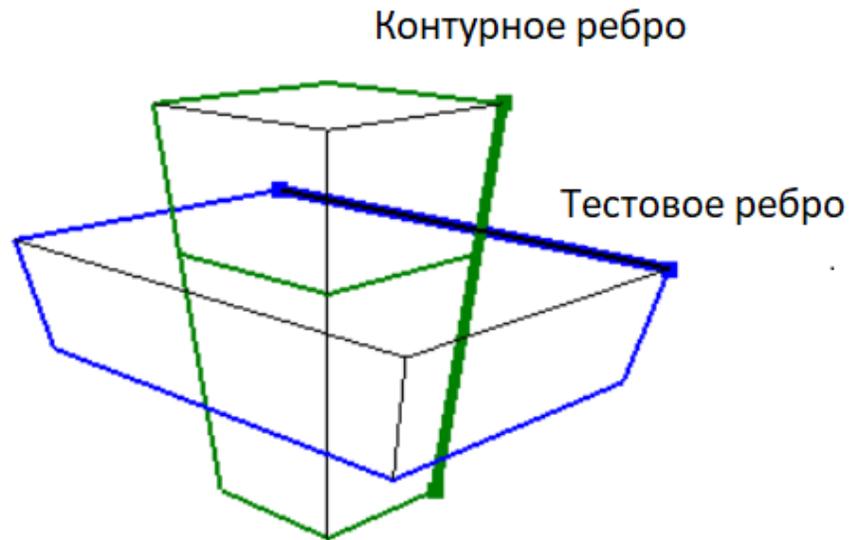
Количественная невидимость точки ребра увеличивается на 1 если ребро уходит за контурное ребро, и уменьшается на 1, если ребро выходит из-за контурного ребра.



Контурная линия

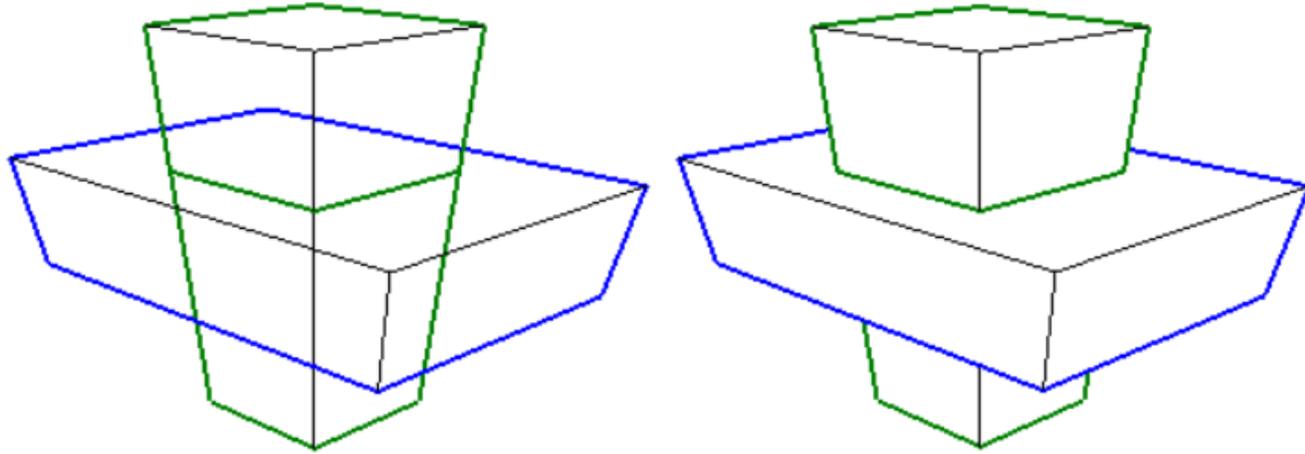


# Алгоритм Аппеля



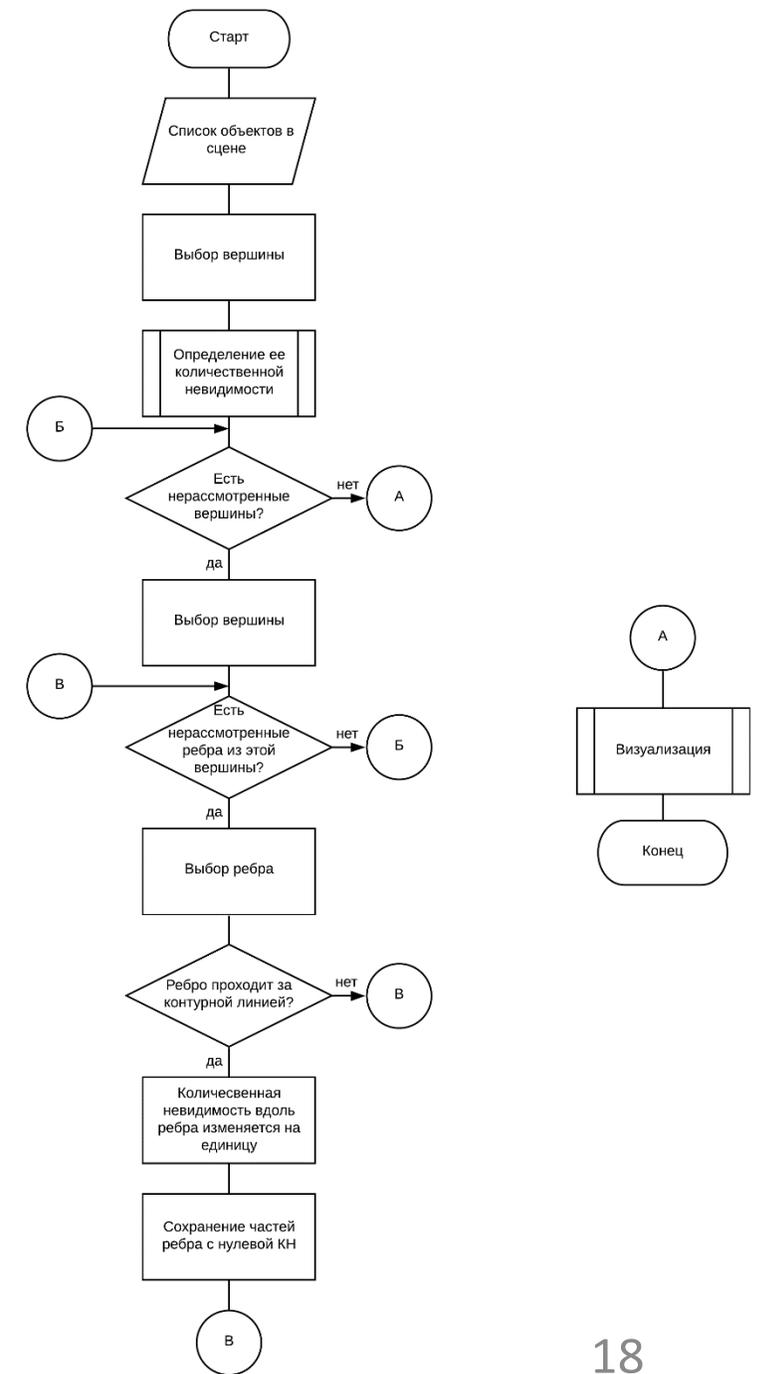
Количественная невидимость тестового ребра изменяется на 1, т.к. точка пересечения контурного ребра с плоскостью треугольника лежит внутри него, т.е. ребро протыкает треугольник.

# Алгоритм Аппеля



Применение алгоритма Аппеля  
к тестовой сцене

По сравнению с алгоритмом Робертса алгоритм Аппеля более быстр (сложность  $O(\sqrt{n})$ , где  $n$  – общее число ребер), т.к. число ребер, входящих в контурную линию, меньше общего числа ребер в сцене.

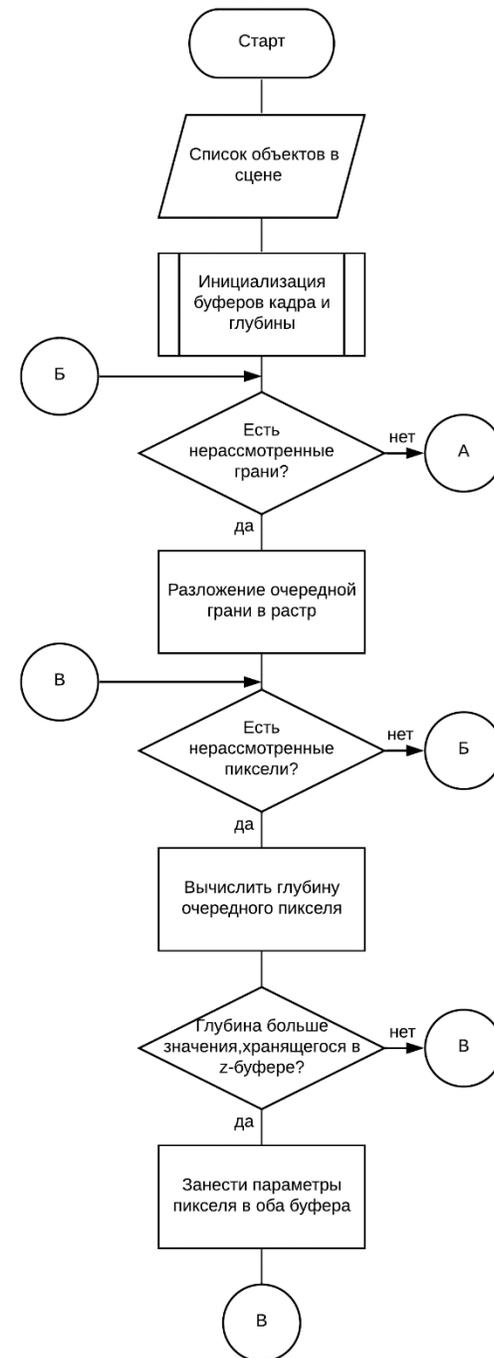


# Алгоритм Z-буфера

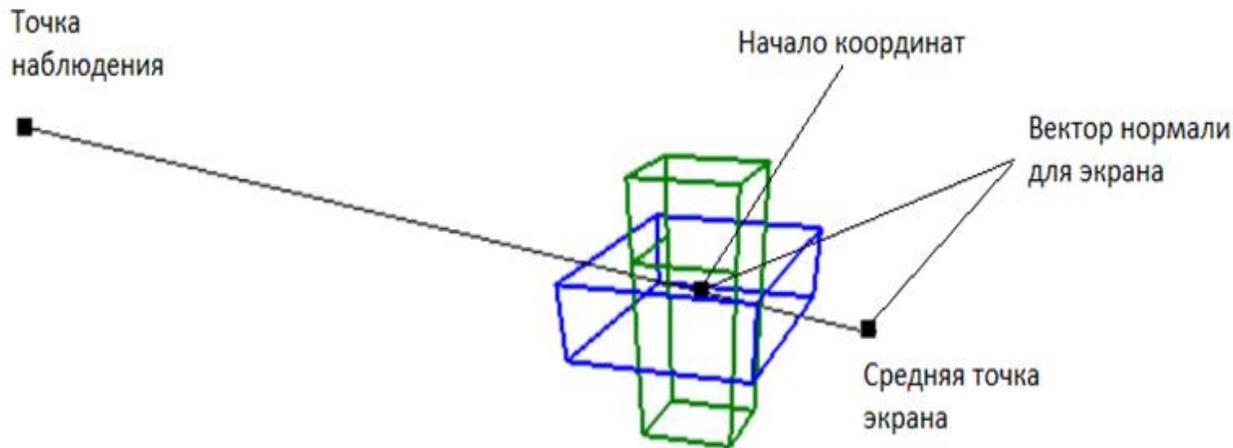
Используются два буфера:

- буфер кадра – для запоминания цвета каждого пикселя в пространстве изображения;
- z-буфер или буфер глубины – для запоминания координаты  $z$  или глубины каждого видимого пикселя в пространстве изображения.

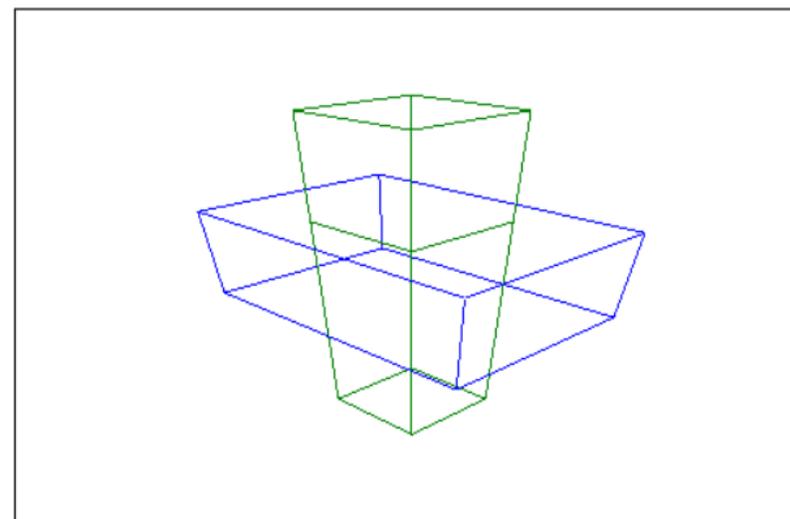
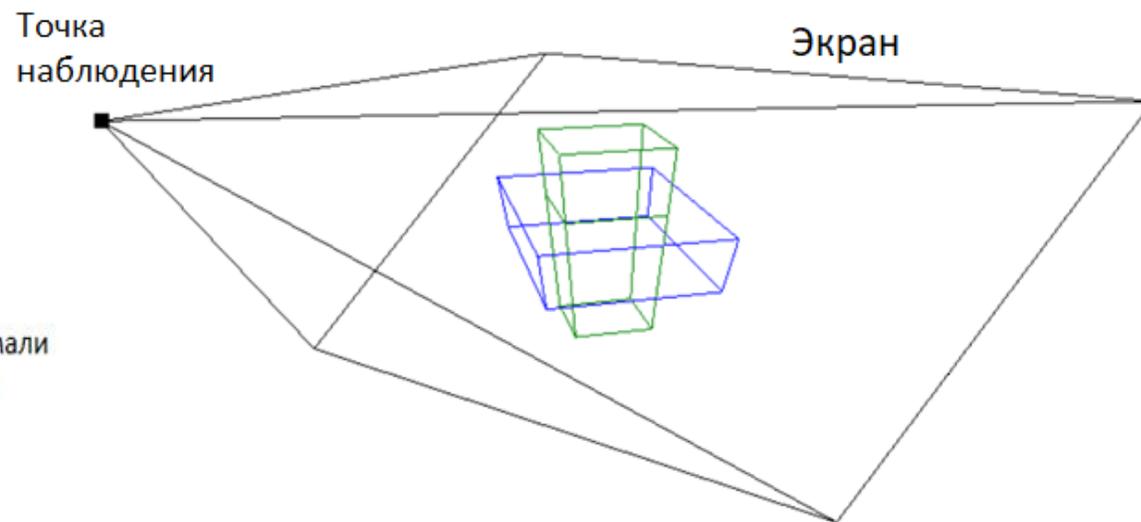
Если  $z$ -координата нового пикселя больше значения буфера, то он ближе к наблюдателю и, следовательно, видим. Его характеристики заносятся в буфер кадра и  $z$ -буфер.



# Алгоритм Z-буфера



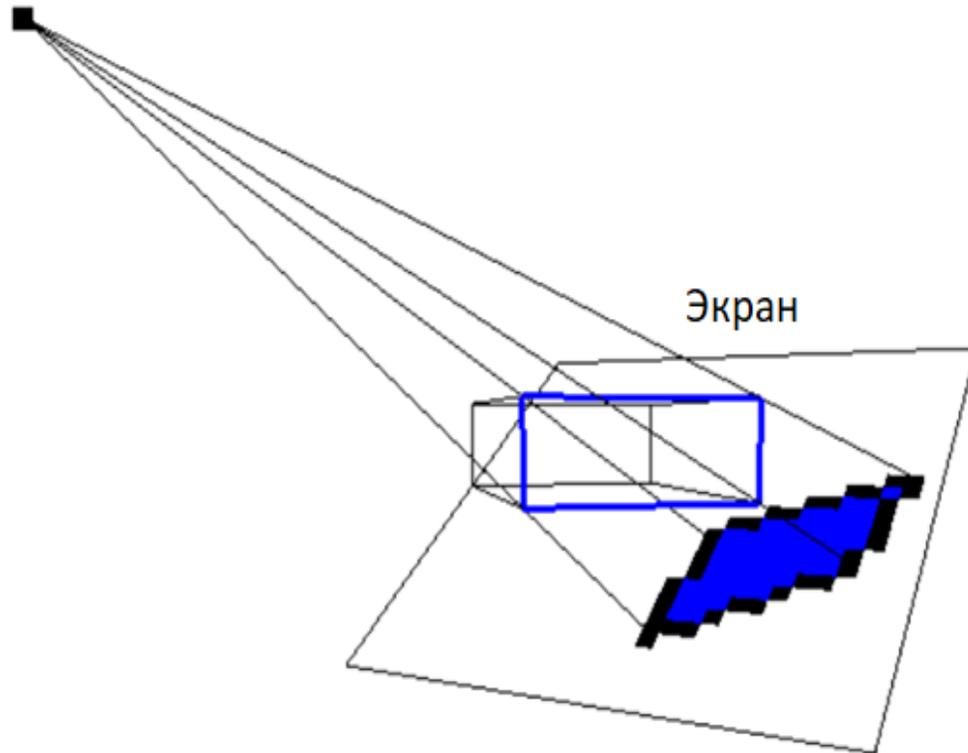
Область, на которую будут проецироваться сцены, перпендикулярна линии визирования и отступает от начала координат на заданный отрезок.



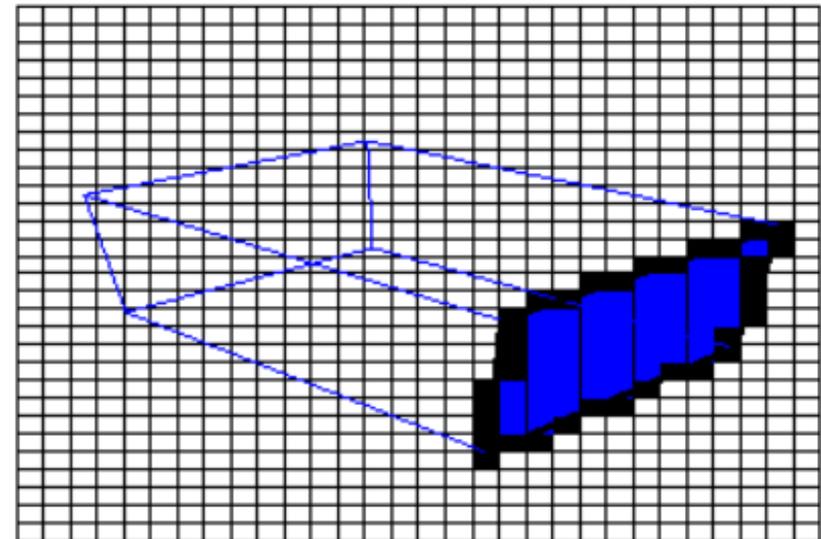
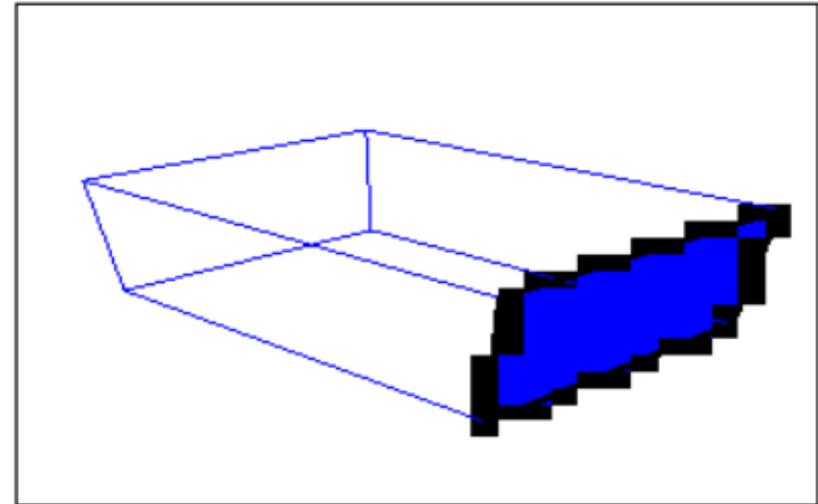
Положение точки наблюдения

# Алгоритм Z-буфера

Точка наблюдения



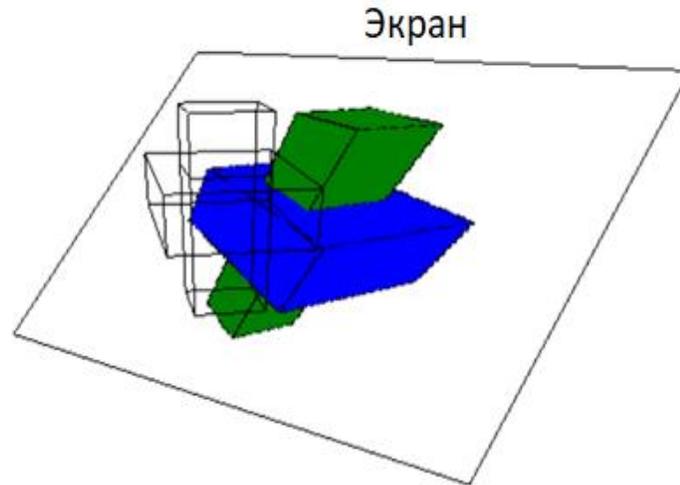
Центральное проецирование грани



Разрешение экрана 30×30 пикселей

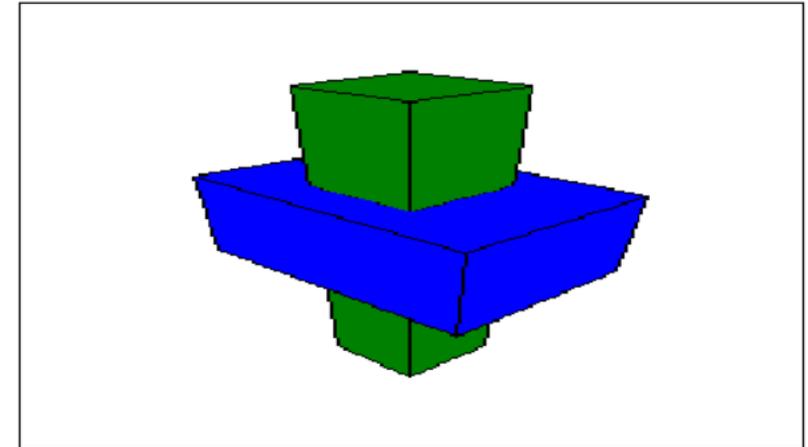
# Алгоритм Z-буфера

Точка  
наблюдения  
■

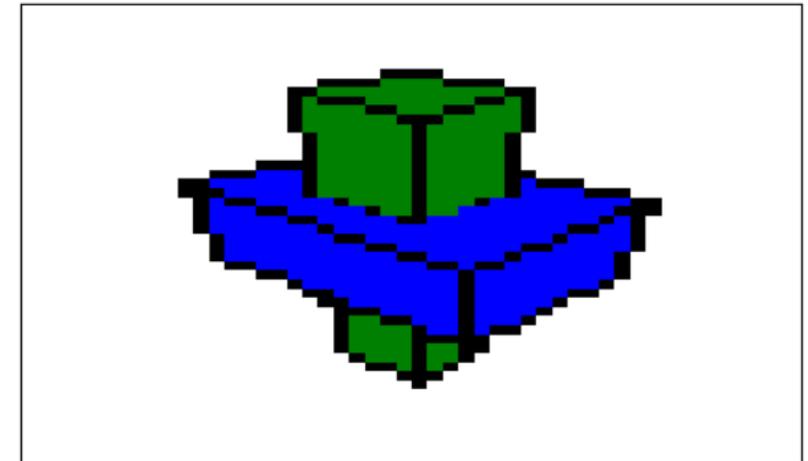


Применение алгоритма Z-буфера к тестовой сцене

Сложность алгоритма зависит от числа пикселей и количества объектов в сцене:  $O(c * n)$ , где  $c$  – число пикселей,  $n$  – число объектов.

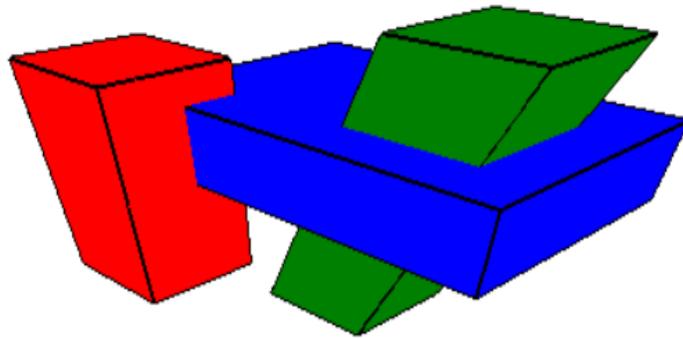
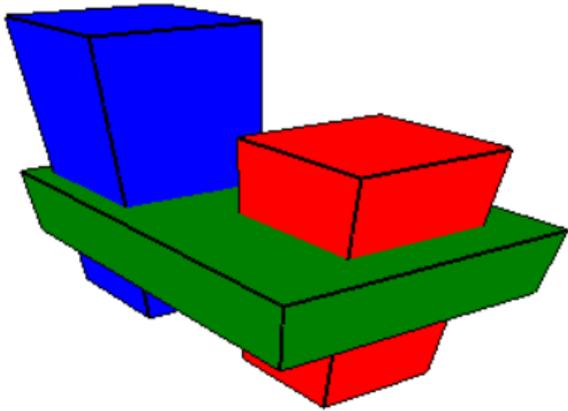


Разрешение экрана 250×250

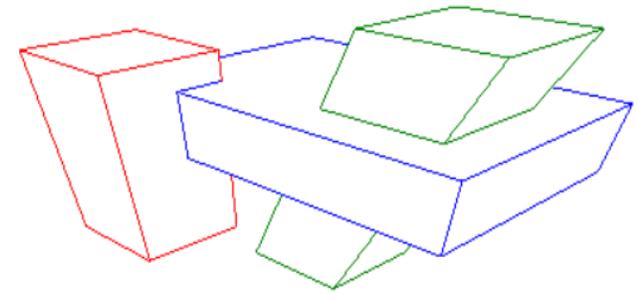


Разрешение экрана 50×50

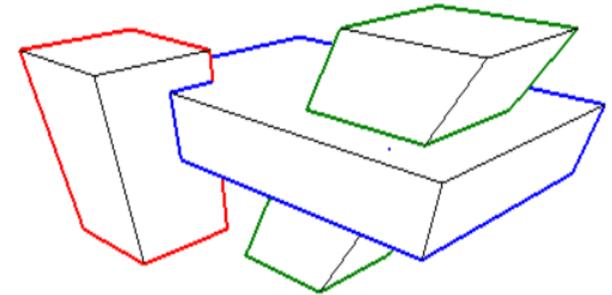
# Графический интерфейс



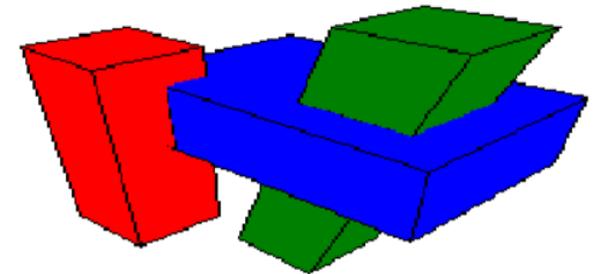
Дополнительные сцены



Алгоритм Робертса

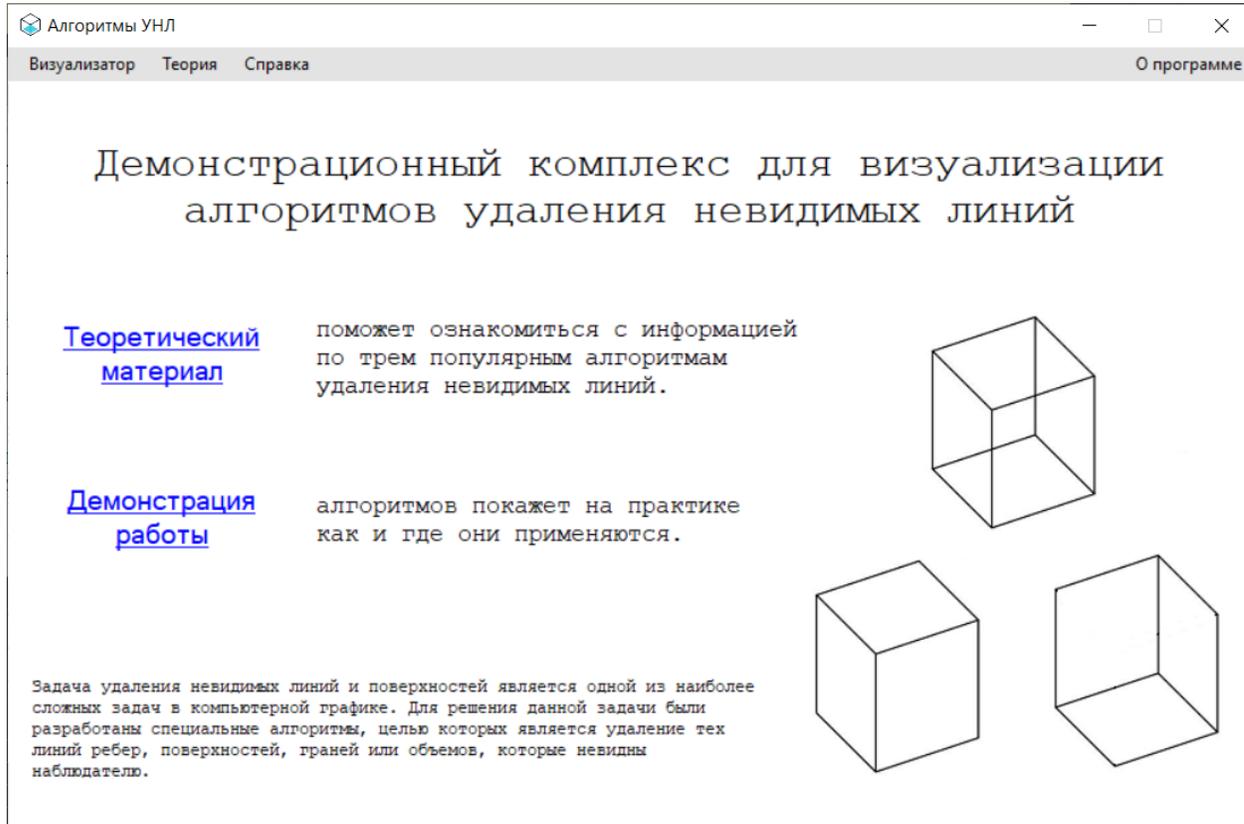


Алгоритм Аппеля

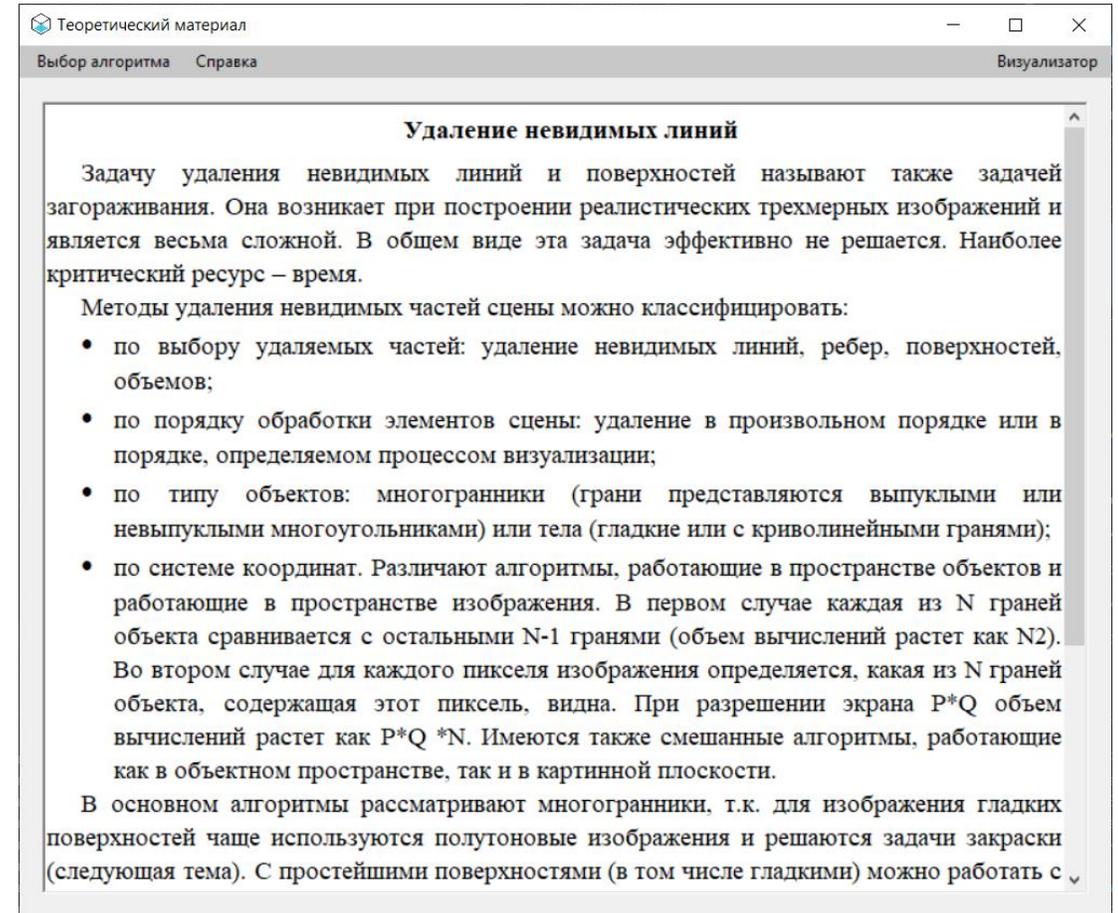


Алгоритм Z-буфера

# Графический интерфейс

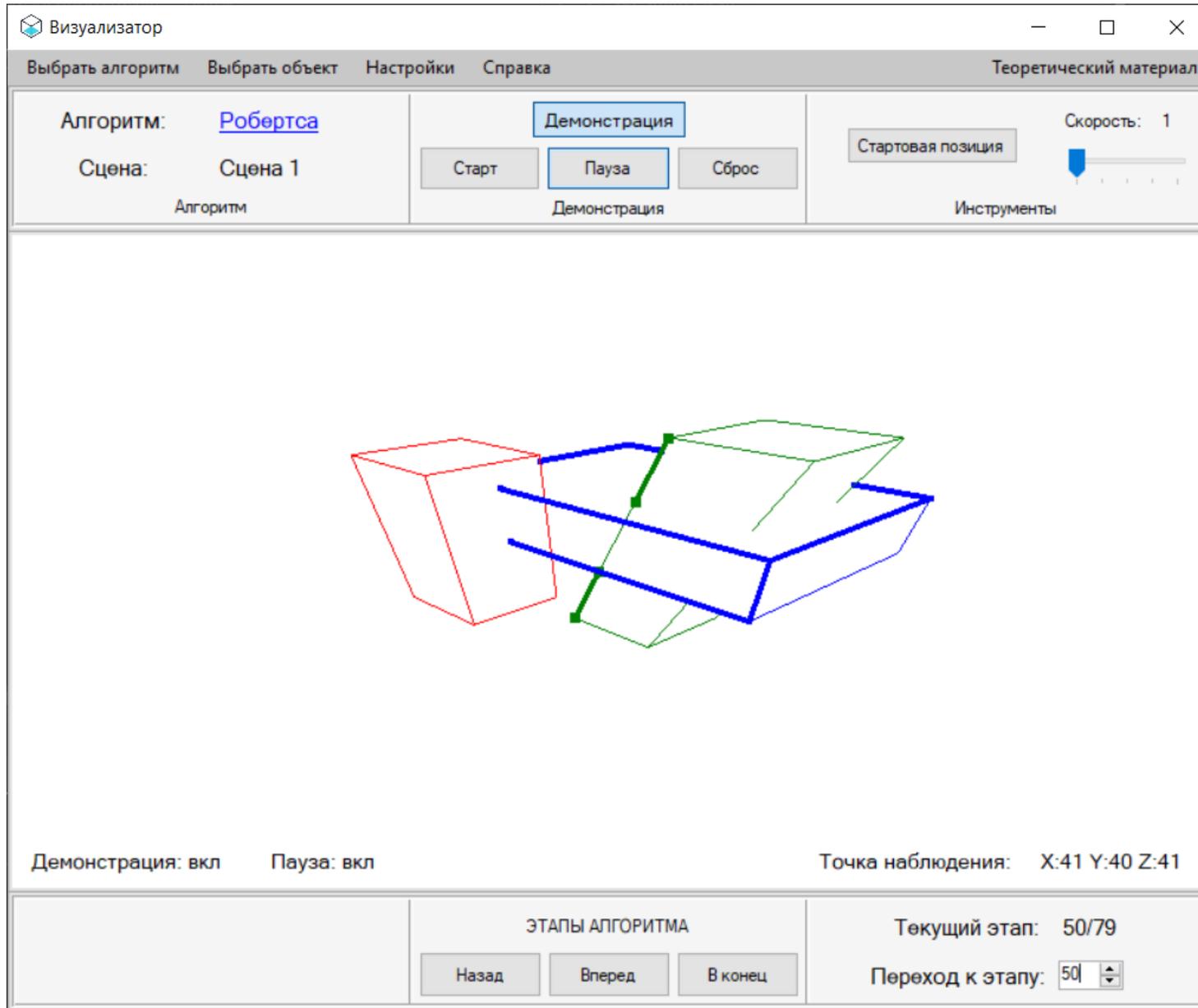


Стартовое меню

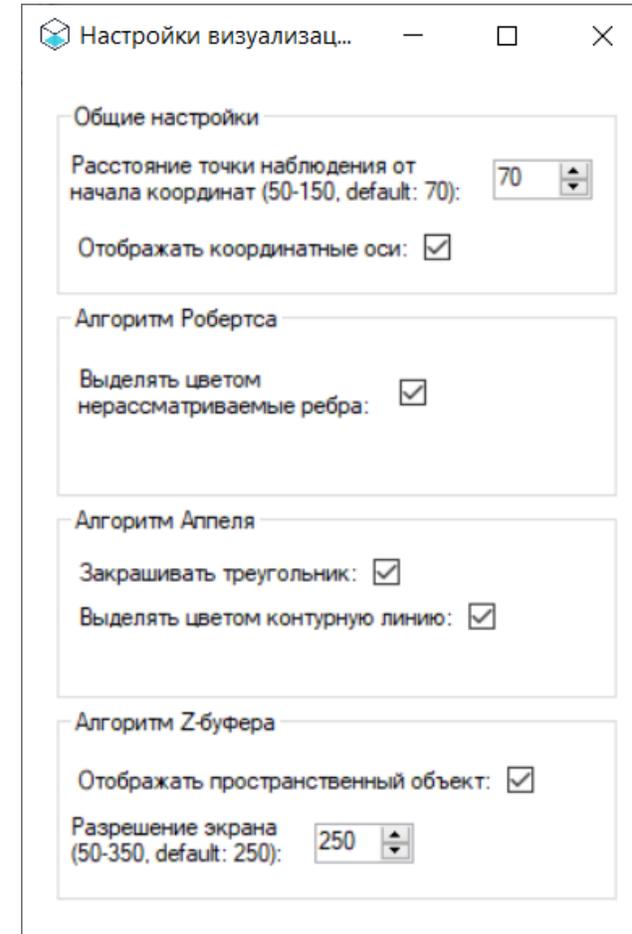
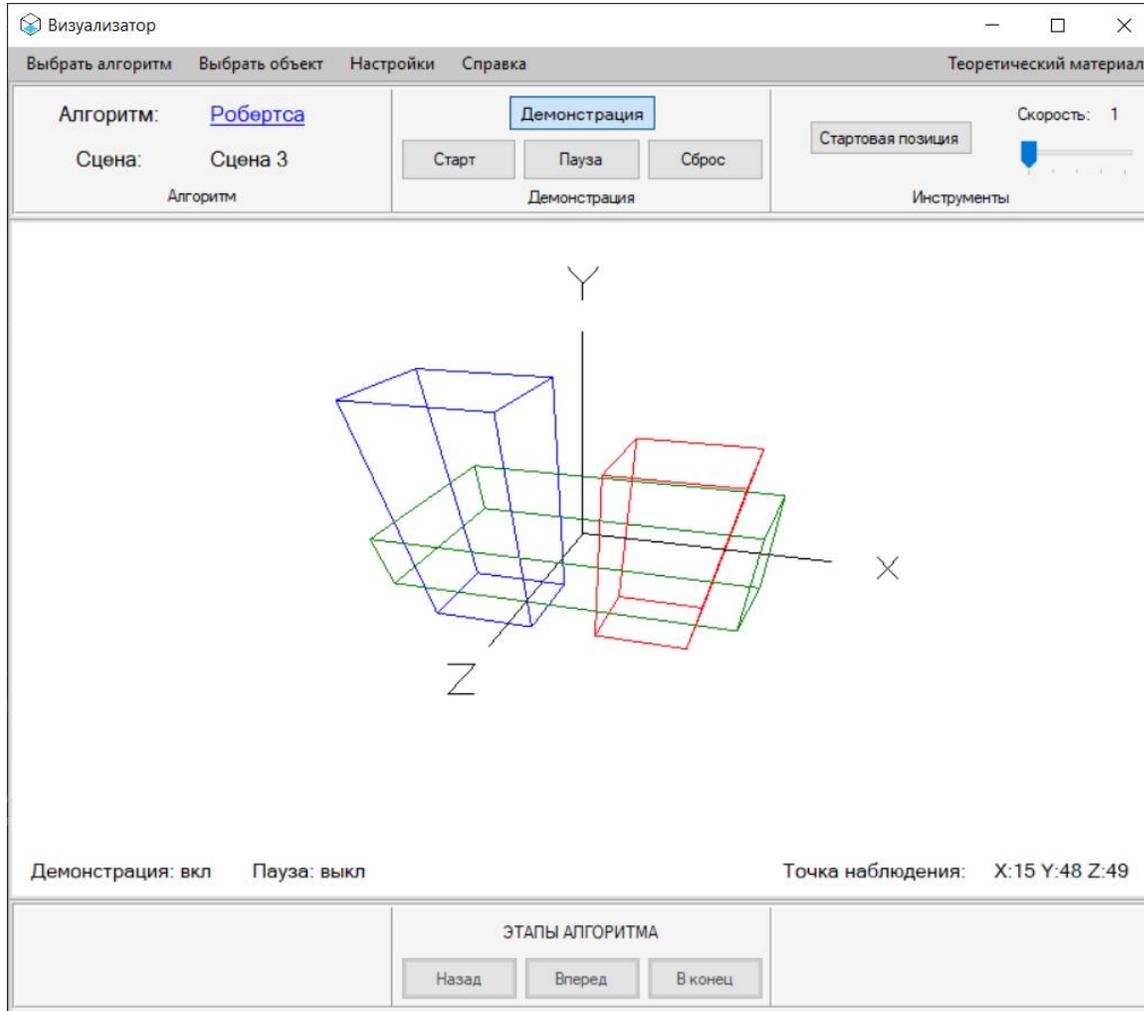


Теория

# Графический интерфейс



# Графический интерфейс



# Основные результаты

Реализованная программная система состоит из 20 классов:

- алгоритмы: Algorithm.cs + 3 класса;
- сцены: SceneToRender.cs + 3 класса;
- графические примитивы: Vertex, Edge, Face, Polyhedron;
- формы:
  - StartMenu.cs;
  - TheoryForm.cs;
  - VisualisatorForm.cs;
  - VisualSettings.cs;
  - Buffers.cs;
- вспомогательные классы: MathMethods.cs, Viewpoint.cs, ChangeCoorPosition.cs.

# Основные результаты

В ходе выполнения работы решены следующие задачи:

1. Обоснована актуальность разработки.
2. Проведен обзор аналогов.
3. Выбраны инструменты разработки.
4. Спроектирована архитектура системы.
5. Выполнена программная реализация проекта.

Преимущества разработанного ДПК перед найденными решениями:

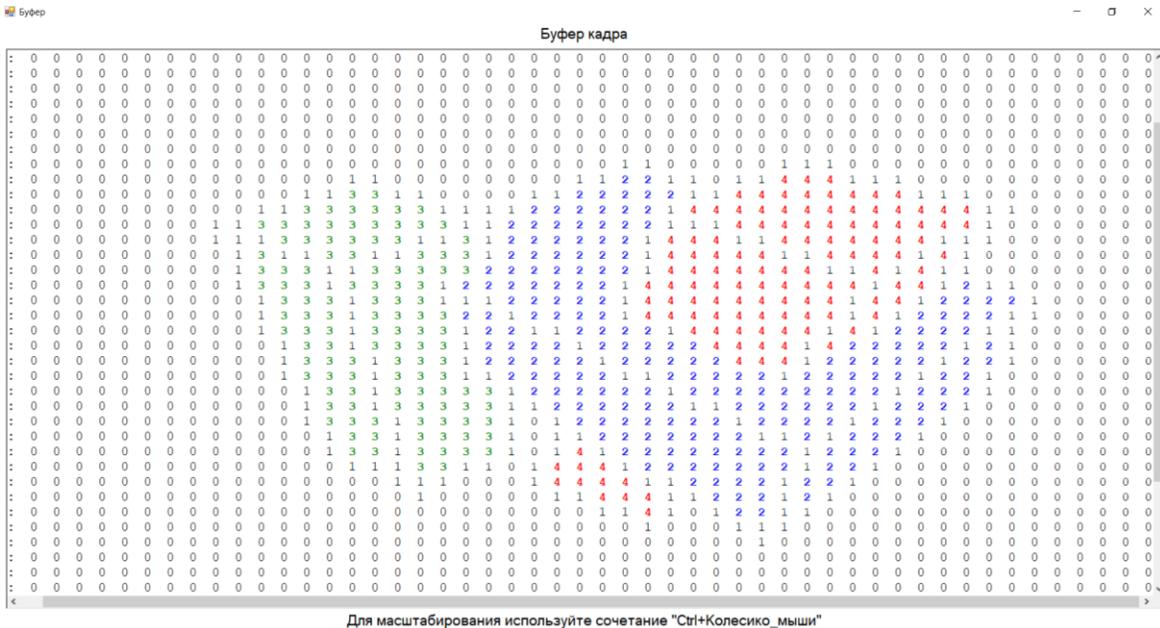
- материал структурирован, сопровождается пояснениями;
- алгоритмы располагаются в одном месте, что обеспечивает удобство и исключает затраты на их поиск;
- детальная демонстрация работы алгоритмов с рассмотрением того, какой объект привел к удалению того или иного ребра;
- возможность производить настройку демонстрации, а также манипулирование ее процессом.

Разработка приложения закончена и передана заказчику.

Полный исходный код ДПК находится в открытом доступе в репозитории GitHub.

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**

# Графический интерфейс



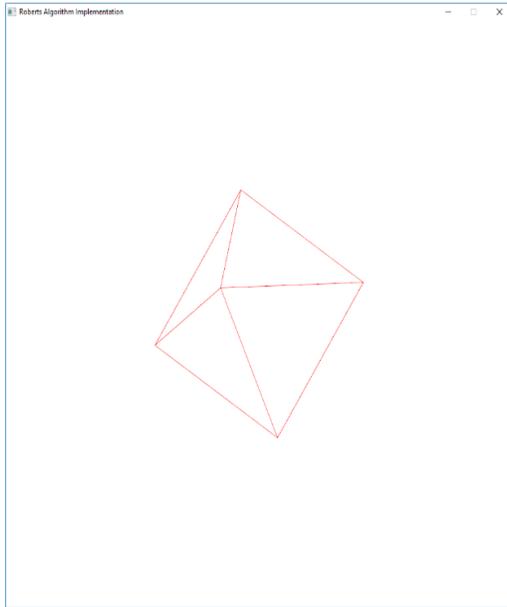
Буфер кадра. Разрешение экрана 50×50

Буфер кадра. Разрешение экрана 250×250



# Аналоги

Hint  
Left/Right/Up/Down arrow key - rotate polyhedron  
1,2,3,4 - switch between different polyhedrons



Re-start Show:  Code  Canvas  Run Info Download All

scale\_about\_origin\_render.js An example of **uniform scaling** where the object is centered about the origin.

```
32 // Build, create, copy and render 3D objects specific to a particular
33 // model definition and particular WebGL shaders.
34 //-----
35 window.ScaleAboutOriginRender = function (learn, vshaders_dictionary,
36                                           fshaders_dictionary, models, controls) {
37
38 // Private variables
39 var self = this;
40 var canvas_id = learn.canvas_id;
41 var out = learn.out;
42
43 var gl = null;
44 var program = null;
45 var scene_models = new Array(models.length);
46
47 var matrix = new window.Learn_webgl_matrix();
48 var transform = matrix.create();
49 var projection = matrix.createOrthographic(-4.0, 4.0, -4.0, 4.0, -4.0, 4.0);
50 var rotate_x_matrix = matrix.create();
51 var rotate_y_matrix = matrix.create();
52 var scale_matrix = matrix.create();
53
54 // Public variables that will possibly be used or changed by event handlers.
55 self.canvas = null;
56 self.angle_x = 0.0;
57 self.angle_y = 0.0;
58 self.scale = 1.0;
59 self.animate_active = true;
60
61 //-----
62 self.render = function () {
63     var j;
64
65     // Clear the entire canvas window background with the clear color
66     // out.display_info("Clearing the screen");
67     gl.clear(gl.COLOR_BUFFER_BIT | gl.DEPTH_BUFFER_BIT);
```

Animate  
Scale 1.00 : 0.3  2.0  
Reset

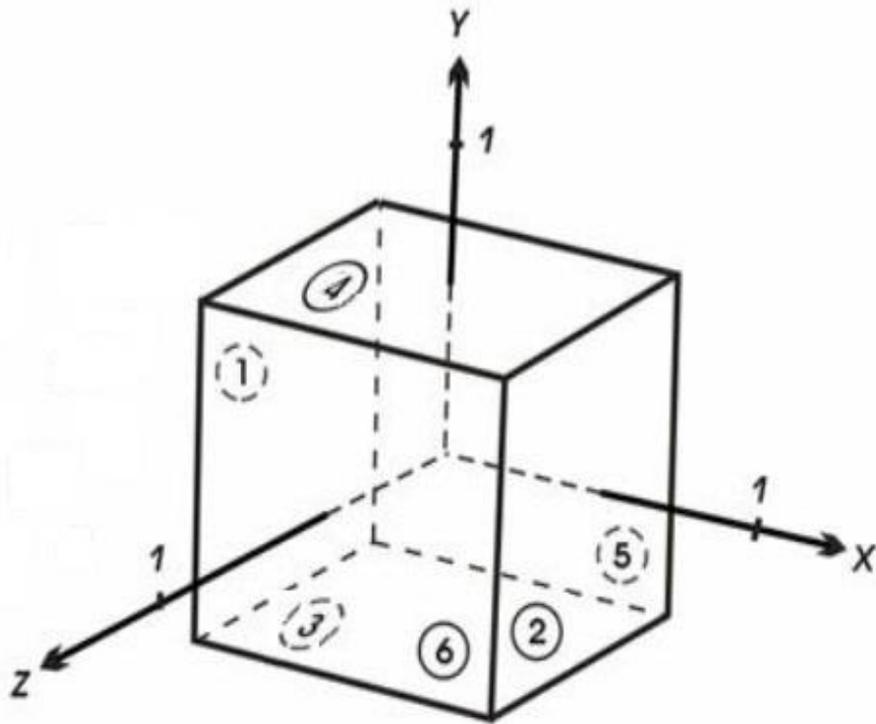
Scaling (x,y,z)  
2  
2  
2  
Scale  
Translation (x,y,z)  
100  
100  
100  
Translate  
Rotation  
Angle  
45  
1  
1  
1  
Arbitrary  
Read File  
 Center  
 Origin  
Reset

# Вспомогательные классы

<<Класс>> Этап
+ Порядковый номер: int
+ Тестируемое ребро: Edge
+ Расположение_тестируемого_ребра: int[]
+ Добавленные_ребра: List<Edge>
+ Описание: String
+ ToString(): String

<<Класс>> Математические методы
+ Произведение_матриц(): double[][]
+ Изменить_длину_отрезка(): Edge
+ Рассчитать_уравнение_плоскости(): double[][]
+ Пересечение_ребра_и_границ(): Vertex
+ Рассчитать_длину_отрезка(): double
+ Принадлежит_ли_точка_границы/ребру(): bool

# Тест видимости. Исходные данные



Единичный куб

Шесть плоскостей, описывающих куб:

$$x_1 = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{1}{2}; y_3 = -\frac{1}{2}; y_4 = \frac{1}{2}; z_5 = -\frac{1}{2}; z_6 = \frac{1}{2}.$$

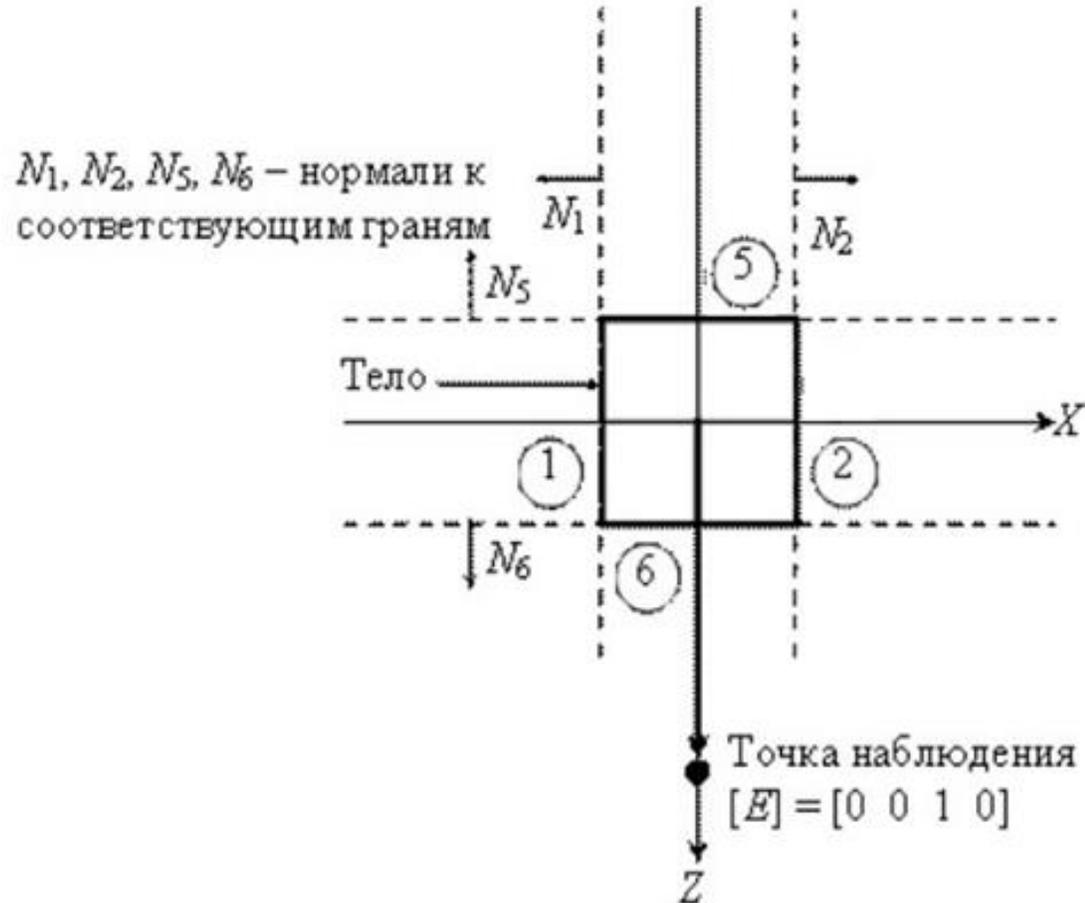
Матрица тела:

$$[V] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Точка, лежащая внутри куба:

$$x = \frac{1}{4}, y = \frac{1}{4}, z = \frac{1}{4}.$$

# Тест видимости. Пример



Матрица тела:

$$[V] = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[E] * [V] = [0 \ 0 \ 1 \ 0] * \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

В результате произведения  $[E] * [V]$  получается следующая однострочная матрица:

$$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -2 \ 2]$$

# Алгоритм Робертса. Определение

Для каждого этапа алгоритма:

$P_1P_2$  – исследуемое ребро

$$\bar{v} = \bar{s} + t * \bar{d}, \text{ где } \bar{s} = P_1, \bar{d} = (P_2 - P_1)$$

Необходимо найти такое  $t$ , при котором изменяется видимость ребра.

$$\bar{v} + a * \bar{g}, \text{ где } 0 \leq a$$

Тогда  $\bar{s} + t\bar{d} + a\bar{g}$  – фактически уравнение плоскости.

Необходимо найти такие  $t$  и  $a$ , для которых:

$$\bar{H} = \bar{s} * [V] + t * \bar{d} * [V] + a * \bar{g} * [V] > 0$$

# Алгоритм Робертса. Пример

Исходные данные:

$P_H = (-15,6; 8,4; -10,8)$  ,  $P_K = (15,6; 8,4; -10,8)$  –  
вершины тестируемого ребра.

$$[V] = \begin{bmatrix} 720 & -720 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 720 & -720 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 720 & -720 \\ 4320 & 4320 & 5011 & 3628 & 4320 & 4320 \end{bmatrix}$$

$\bar{s} = (-15,6; 8,4; -10,8)$ ;  $\bar{d} = (31,2; 0; 0; 0)$ ;  $\bar{g} = (40; 40; 40)$ ;

- $\bar{p} = \bar{s} * [V] = (-6912; 15552; 6220; 2419; -3456; 12096)$ ;
- $\bar{q} = \bar{d} * [V] = (22464; -22464; 0; 0; 0; 0)$ ;
- $\bar{w} = \bar{g} * [V] = (33120; -24480; 10771; -2131; 33120; -24480)$ ;

Система неравенств:

$$h_i = p_i + t * q_i + a * w_i > 0$$

$$\begin{cases} -6912 + t * 22464 + a * 33120 > 0 \\ 15552 + t * -22464 + a * -24480 > 0 \\ 6220,8 + t * 0 + a * 10771,2 > 0 \\ 2419,2 + t * 0 + a * -2131,2 > 0 \\ -3456 + t * 0 + a * 33120 > 0 \\ 12096 + t * 0 + a * -24480 > 0 \end{cases}$$

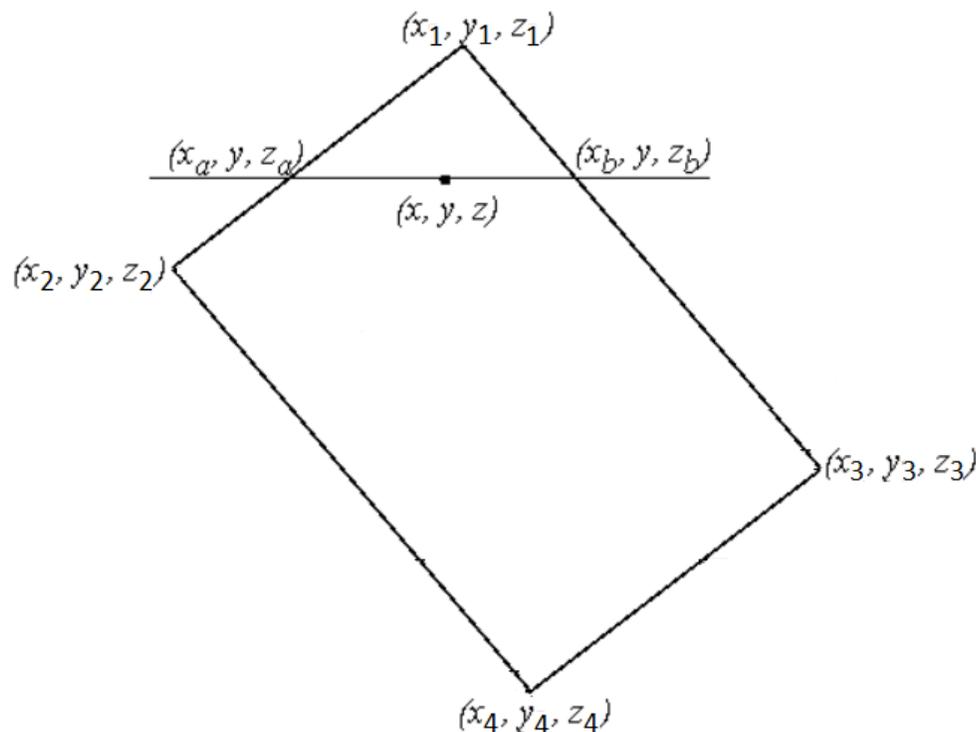
Учитывая ограничения  $0 \leq a, t \leq 1, 0 \leq t$  :

$$t = 0.579 \text{ и } a = 0.104;$$

По найденным данным рассчитываются вершины:

$$P_2 = P(0.579) = (-15,6 \ 8,4 \ -10,8) + (31,2 \ 0 \ 0 \ 0) * 0.579 = (2,45; 8,4; -10,8);$$

# Алгоритм Z-буфера. Сканирующая строка



Значение  $y$  меняется от  $y_1$  до  $y_2$ , от  $y_2$  до  $y_3$ , от  $y_3$  до  $y_4$ , при этом для каждой строки определяется значения  $x_a$ ,  $z_a$ ,  $x_b$ ,  $z_b$ :

$$x_a = x_1 - (x_2 - x_1) * \frac{y - y_1}{y_2 - y_1};$$

$$x_b = x_1 - (x_2 - x_1) * \frac{y_3 - y_1}{y - y_1};$$

$$z_a = x_1 - (z_2 - z_1) * \frac{y_2 - y_1}{y - y_1};$$

$$z_b = z_1 - (z_3 - z_1) * \frac{y_2 - y_1}{y_3 - y_1};$$

На сканирующей строке  $x$  меняется от  $x_a$  до  $x_b$  и для каждой точки строки определяется глубина  $z$ :

$$z = z_a - (z_b - z_a) * \frac{x - x_a}{x_b - x_a};$$