

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»

Высшая школа электроники и компьютерных наук
Кафедра «Электронные вычислительные машины»

Разработка алгоритмов операций сложения чисел с плавающей запятой в ассоциативных решающих полях

Автор работы:
Студент группы КЭ-452
Захаров Д.И.

Научный руководитель:
Доцент каф. ЭВМ
к.т.н. Кафтанников И.Л.

Рецензент:
Доцент каф. ПриМиП
к.т.н. Брагина А.А.

Введение

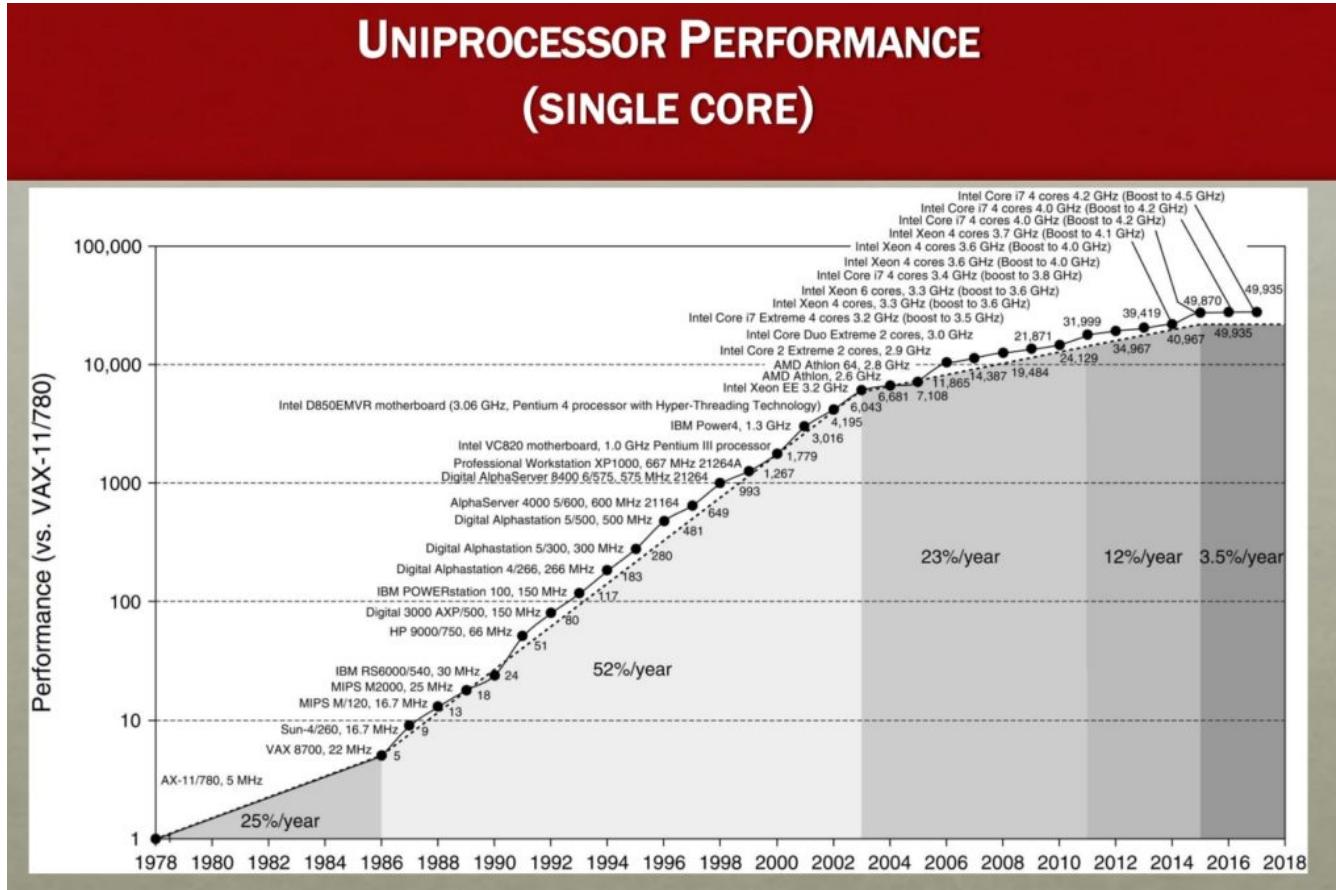
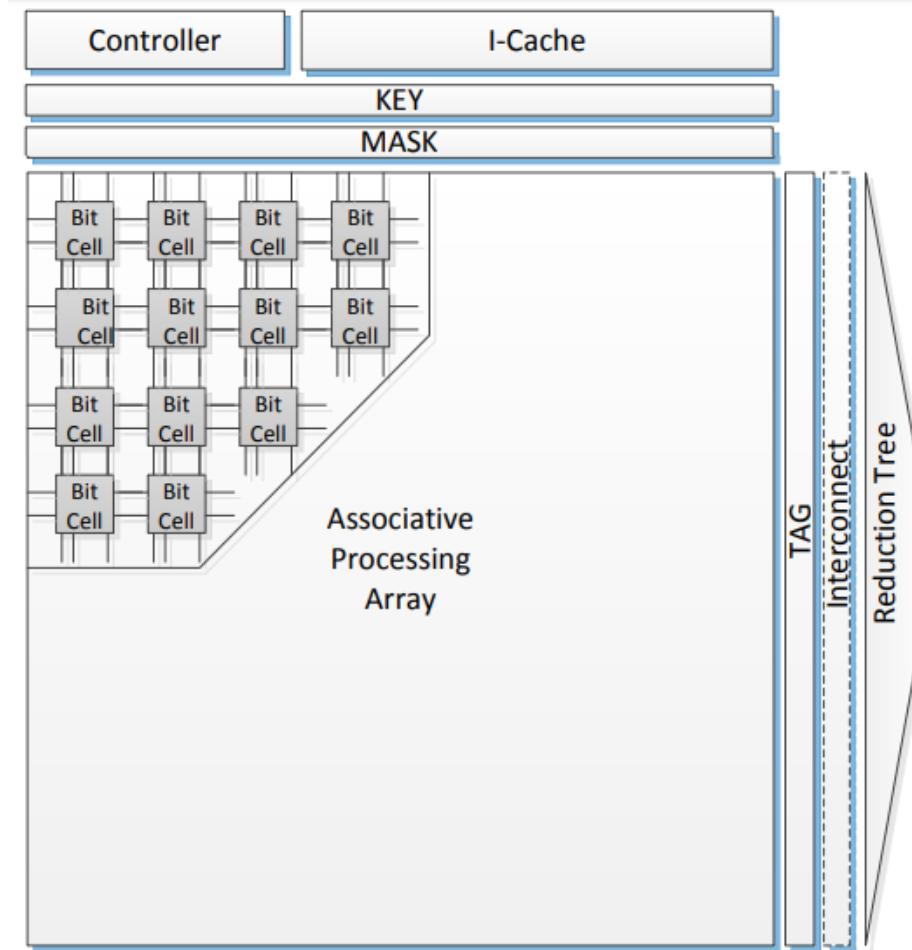


График роста производительности процессоров Intel

Ассоциативный процессор



Архитектура ассоциативного процессора

Цели и задачи исследования

Цель: Целью представленной выпускной квалификационной работы является разработка алгоритма чисел с плавающей точкой на ассоциативном процессоре.

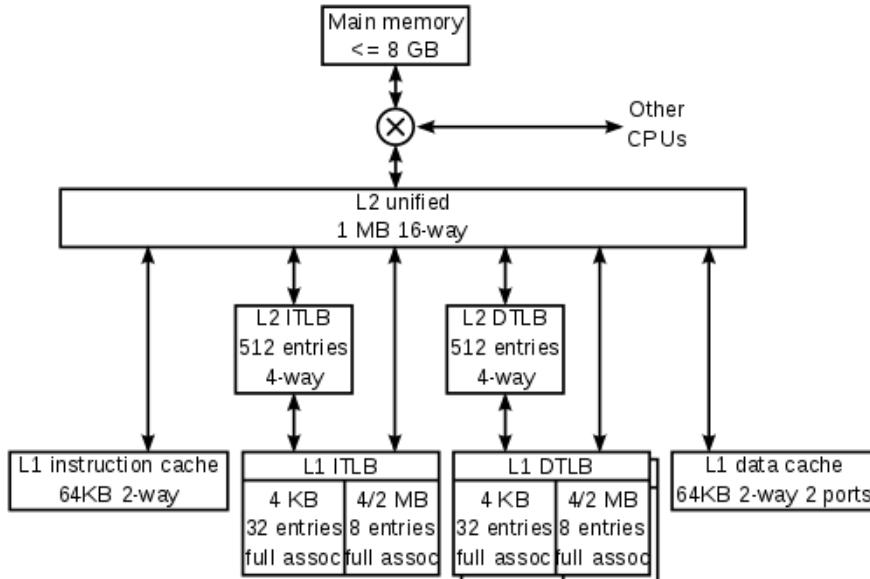
Задачи: Рассмотреть существующие способы вычисления арифметических функций в процессорах.

Изучить архитектуру ассоциативного процессора.

Разработать алгоритмы вычисления арифметических функций на ассоциативном процессоре.

Проанализировать работоспособность и быстродействие разработанных алгоритмов.

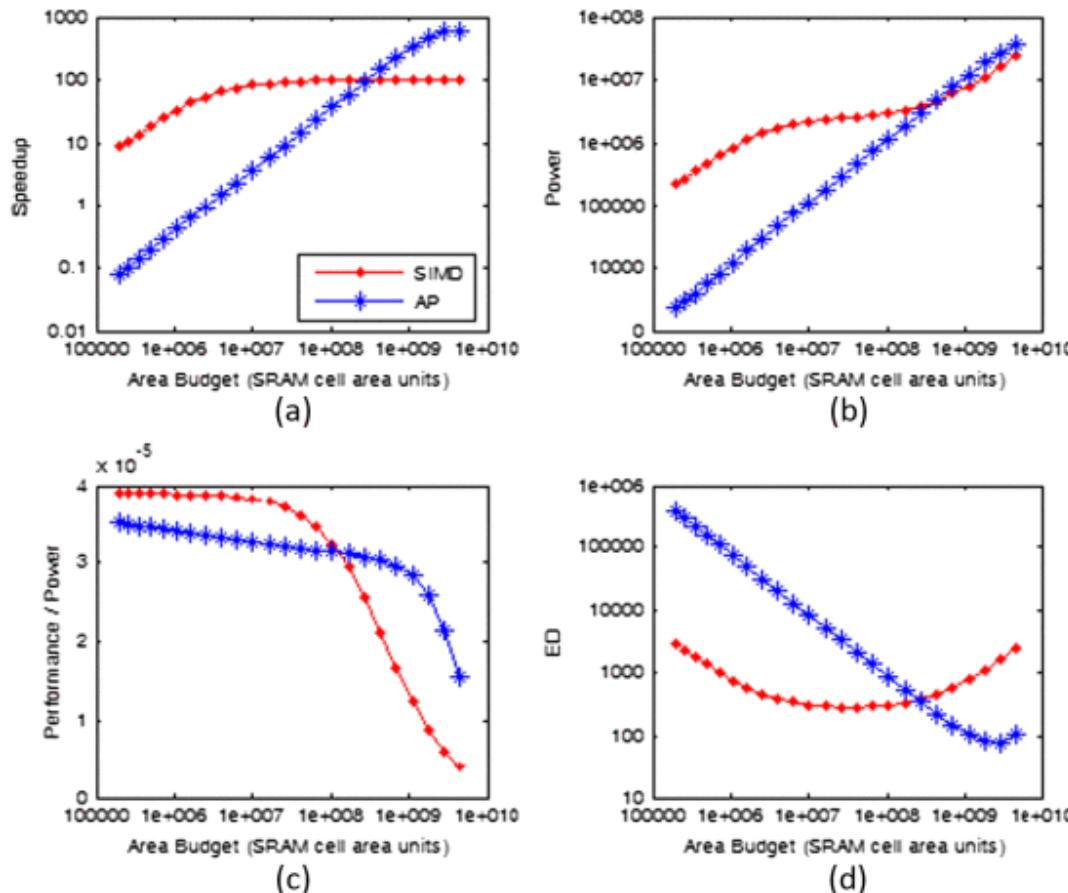
Использование ассоциативных полей



Использование в кэш-памяти 1 уровня

Использование в маршрутизаторах

Перспективы развития



(a) – прирост скорости; (b) – энергопотребление;
(c) – производительность/мощность; (d) – энергия * задержка

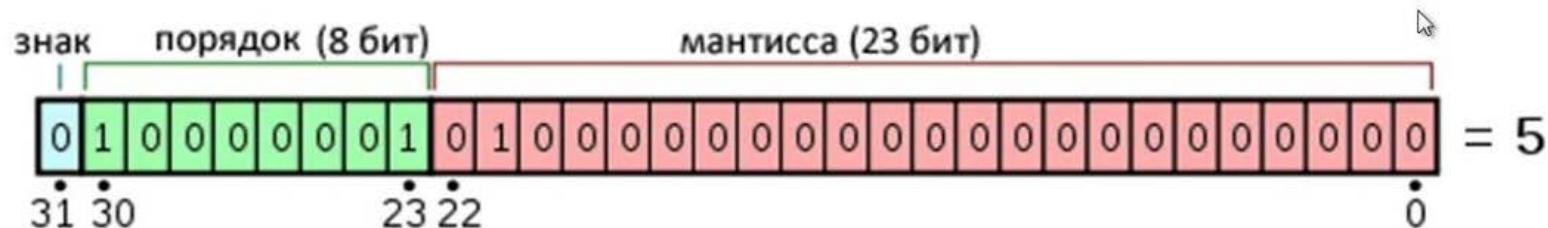
Формат чисел с плавающей точкой

Порядок = E+127

$$5=1.01e^2$$

Мантисса = 01

$$\text{Порядок} = 2+127 = 129 = 10000001$$

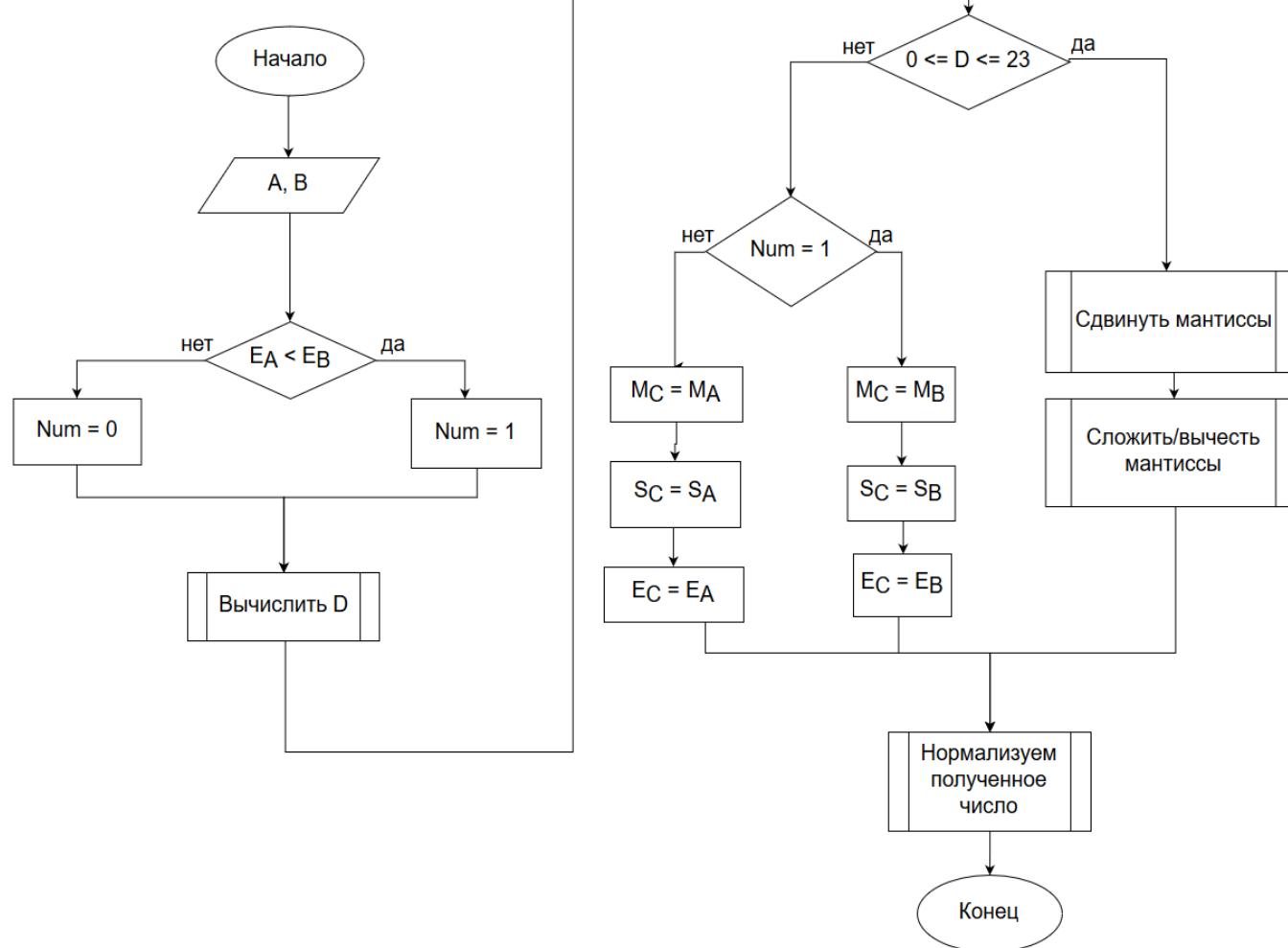


Сложение чисел с плавающей точкой

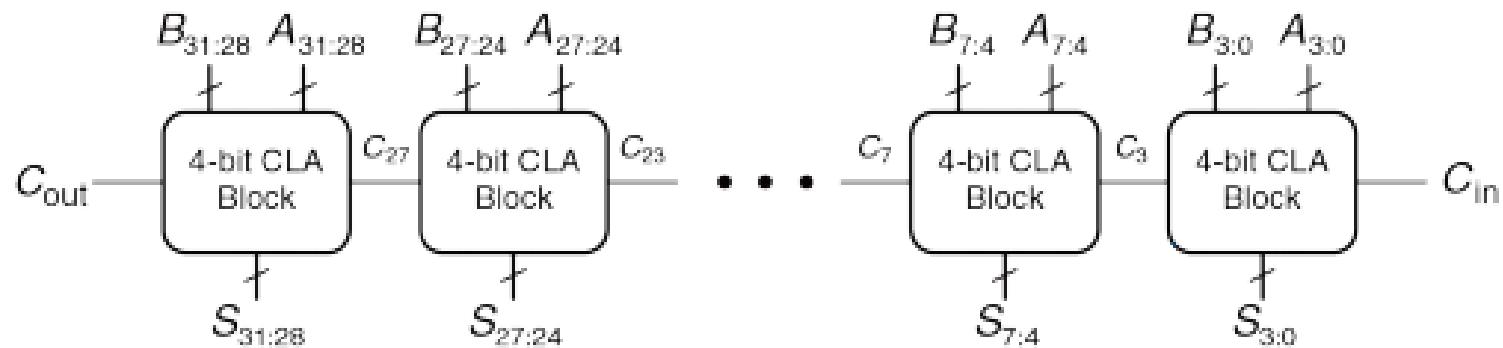
Алгоритм сложения выглядит следующим образом:

1. Представить числа в нормированном виде. Таким образом мы явно представляем скрытую единицу.
2. Для продолжения процесса суммирования нам необходимо, чтобы экспоненты двух чисел были равны, мы делаем это переписывая значение Y . Это денормализует Y , но значение соответствует нормализованному Y . Добавить разность $x-y$ к экспоненте числа Y . Сдвинуть мантиссу числа Y на $x-y$ разрядов для компенсирования изменений в экспоненте.
3. Сложение двух мантисс чисел X и скорректированного Y .
4. Если сумма на предыдущем этапе смещает единицу нормализации, то необходимо сдвинуть экспоненту, и повторить суммирование.
5. Конвертирование в однобайтную форму представления числа с плавающей запятой

Алгоритм сложения чисел с плавающей точкой



Сложение целых чисел



Asm: ADD X, Y

Представление целых чисел в АП

Таблицы опроса-записи

a ₈	b ₈	S ₈	P ₈
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

$$Q_{i8} = (a_{i8} \& \bar{b}_{i8}) | (\bar{a}_{i8} \& b_{i8}) \& m_{i8}$$

$$S_{i8} := m_{i8} * Q_{i8}$$

$$Q'_{i8} = (a_{i8} \& b_{i8}) \& m_{i8}$$

$$P_{i8} := m_{i8} * Q'_{i8}$$

a _i	b _i	P _{i-1}	S _i	P _i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$Q_{ij} = ((\bar{a}_{ij} \& \bar{b}_{ij} \& P_{ij-1}) | (a_{ij} \& \bar{b}_{ij} \& \bar{P}_{ij-1}) | (\bar{a}_{ij} \& b_{ij} \& \bar{P}_{ij-1})) \& m_{i0}$$

$$S_{ij} := m_{ij} * Q_{ij}$$

$$Q_{ij} = ((\bar{a}_{ij} \& b_{ij} \& P_{ij-1}) | (a_{ij} \& \bar{b}_{ij} \& P_{ij-1}) | (a_{ij} \& b_{ij} \& \bar{P}_{ij-1})) \& m_{ij}$$

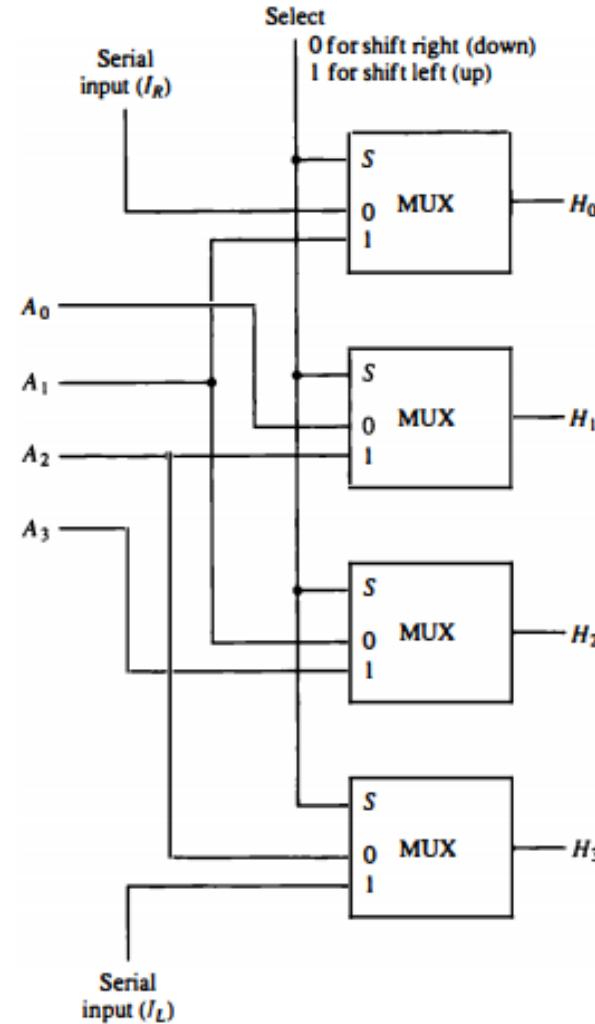
$$P_{ij} := m_{ij} * Q'_{ij}$$

$$Q''_{ij} = ((a_{ij} \& b_{ij} \& P_{ij-1})) \& m_{i0}$$

$$S'_{ij} := m_{ij} * Q''_{ij}; P_{ij} := m_{ij} * Q''_{ij}$$

СДВИГ

Asm: SHR X, n



Алгоритм сдвига

A								B			S							
1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	<u>0</u>	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	<u>0</u>	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	<u>0</u>	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	<u>0</u>	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Шаг 1

A								B			S							
1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	<u>1</u>	0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	<u>1</u>	0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	<u>0</u>	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1

Шаг 2

Алгоритм сдвига

B			S									
0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1		
0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0		
0	<u>1</u>	0	0	0	1	0	1	1	1	1		
0	<u>1</u>	1	0	0	0	1	0	1	1	1		
1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1		
1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0		
1	<u>1</u>	0	0	0	1	0	1	1	1	1		
1	<u>1</u>	1	0	0	0	1	0	1	1	1		

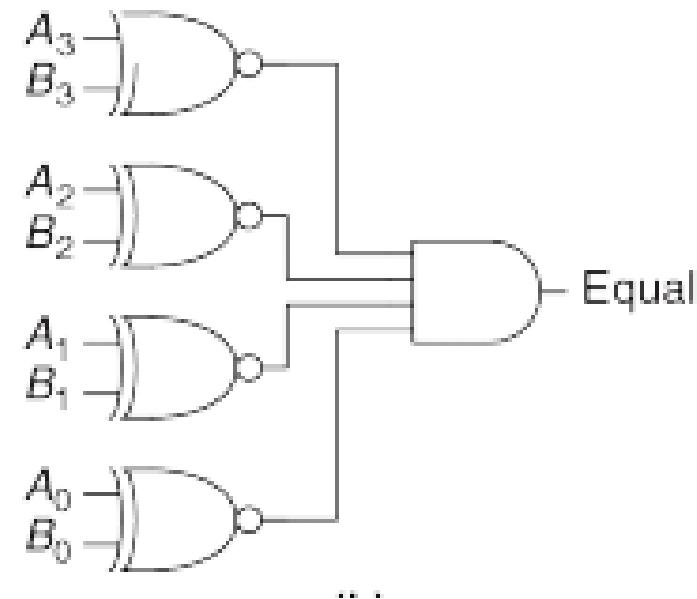
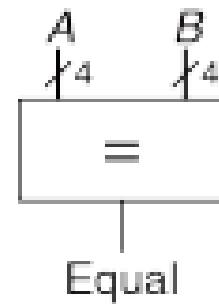
Шаг 3

B			S									
0	0	0	1	0	1	1	1	<u>1</u>	1	0	1	
0	0	1	0	1	0	1	1	<u>1</u>	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1	0	<u>1</u>	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1	0	<u>1</u>	1	1	1	1
<u>1</u>	0	0	0	0	0	0	0	<u>1</u>	0	1	1	1
<u>1</u>	0	1	0	0	0	0	0	0	<u>1</u>	0	1	0
<u>1</u>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	<u>1</u>	0	0
<u>1</u>	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Шаг 4

Сравнение чисел

Asm: CMP X, Y



Алгоритм сравнения

A									B									E	T	St
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	
0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	

A									B									E	T	St
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	
<u>0</u>	1	1	1	0	0	1	1	<u>1</u>	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	
1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	

.

Шаг 1

A									B									E	T	St
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	
<u>0</u>	1	1	1	0	0	1	1	<u>1</u>	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	
<u>1</u>	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	

Шаг 2

Алгоритм сравнения

A									B									E	T	<u>St</u>
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	<u>0</u>	
0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	
1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	

Шаг $2n + 1$

A									B									E	T	<u>St</u>
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	
0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	
0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	
1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	

Демонстрационное приложение

Алгоритм сложения целых чисел

	A ₁₀	A	B ₁₀	B	S ₁₀	S	P
-	211	1 1 0 1 0 0 1 1	59	0 0 1 1 1 0 1 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	104	0 1 1 0 1 0 0 0	183	1 0 1 1 0 1 1 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	241	1 1 1 1 0 0 0 1	165	1 0 1 0 0 1 0 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	48	0 0 1 1 0 0 0 0	241	1 1 1 1 0 0 0 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	31	0 0 0 1 1 1 1 1	36	0 0 1 0 0 1 0 0	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	14	0 0 0 0 1 1 1 0	11	0 0 0 0 1 0 1 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	176	1 0 1 1 0 0 0 0	205	1 1 0 0 1 1 0 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	123	0 1 1 1 1 0 1 1	104	0 1 1 0 1 0 0 0	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	11	0 0 0 0 1 0 1 1	46	0 0 1 0 1 1 1 0	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	127	0 1 1 1 1 1 1 1	174	1 0 1 0 1 1 1 0	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	47	0 0 1 0 1 1 1 1	105	0 1 1 0 1 0 0 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	21	0 0 0 1 0 1 0 1	88	0 1 0 1 1 0 0 0	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	170	1 0 1 0 1 0 1 0	52	0 0 1 1 0 1 0 0	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
-	7	0 0 0 0 0 1 1 1	145	1 0 0 1 0 0 0 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0
*							

Сложение

Целые
С плавающей точкой

⊗ ■ ▶ ▶||

Демонстрация алгоритма сложения

Демонстрационное приложение

Алгоритм сложения целых чисел

A ₁₀	A	B ₁₀	B	S ₁₀	S	P
- 211	1 1 0 1 0 0 1 1	59	0 0 1 1 1 0 1 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 104	0 1 1 0 1 0 0 0	183	1 0 1 1 0 1 1 1	1	0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 241	1 1 1 1 0 0 0 1	165	1 0 1 0 0 1 0 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 48	0 0 1 1 0 0 0 0	241	1 1 1 1 0 0 0 1	1	0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 31	0 0 0 1 1 1 1 1	36	0 0 1 0 0 1 0 0	1	0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 14	0 0 0 0 1 1 1 0	11	0 0 0 0 0 1 0 1 1	1	0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 176	1 0 1 1 0 0 0 0	205	1 1 0 0 1 1 0 1	1	0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 123	0 1 1 1 1 0 1 1	104	0 1 1 0 1 0 0 0	1	0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 11	0 0 0 0 1 0 1 1	46	0 0 1 0 1 1 1 0	1	0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 127	0 1 1 1 1 1 1 1	174	1 0 1 0 1 1 1 0	1	0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 47	0 0 1 0 1 1 1 1	105	0 1 1 0 1 0 0 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 21	0 0 0 1 0 1 0 1	88	0 1 0 1 1 0 0 0	1	0 0 0 0 0 0 0 0 1	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 170	1 0 1 0 1 0 1 0	52	0 0 1 1 0 1 0 0	0	0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0
- 7	0 0 0 0 0 1 1 1	145	1 0 0 1 0 0 0 1	0	0 0 0 0 0 0 0 0 0	0 0 0 0 0 0 0 0 0

Опрос-запись последнего разряда

Запись в найденные ячейки

✕ ■ ▶ ||

Прохождение алгоритма сложения

Демонстрационное приложение

Алгоритм сложения целых чисел

A_{10}	A	B_{10}	B	S_{10}	S	P
- 211	1 1 0 1 0 0 1 1	59	0 0 1 1 1 0 1 1	270	1 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 0 1 1	
- 104	0 1 1 0 1 0 0	183	1 0 1 1 0 1 1 1	287	1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0	
- 241	1 1 1 1 0 0 0 1	165	1 0 1 0 0 1 0 1	406	1 1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1	
- 48	0 0 1 1 0 0 0 0	241	1 1 1 1 0 0 0 1	289	1 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0	
- 31	0 0 0 1 1 1 1 1	36	0 0 1 0 0 1 0 0	67	0 0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0	
- 14	0 0 0 0 1 1 1 0	11	0 0 0 0 1 0 1 1	25	0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0	
- 176	1 0 1 1 0 0 0 0	205	1 1 0 0 1 1 0 1	381	1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0	
- 123	0 1 1 1 1 0 1 1	104	0 1 1 0 1 0 0 0	227	0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1 0 0 0	
- 11	0 0 0 0 1 0 1 1	46	0 0 1 0 1 1 1 0	57	0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0	
- 127	0 1 1 1 1 1 1 1	174	1 0 1 0 1 1 1 0	301	1 0 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0	
- 47	0 0 1 0 1 1 1 1	105	0 1 1 0 1 0 0 1	152	0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1 0 1 1 1 1	
- 21	0 0 0 1 0 1 0 1	88	0 1 0 1 1 0 0 0	109	0 0 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0	
- 170	1 0 1 0 1 0 1 0	52	0 0 1 1 0 1 0 0	222	0 1 1 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0	
- 7	0 0 0 0 0 1 1 1	145	1 0 0 1 0 0 0 1	152	0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1	

Заключительный опрос единиц в ячейках переноса

Запись в 0й разряд ячеек суммы

⇄ ■ ▶ ||

Результат прохождения алгоритма сложения

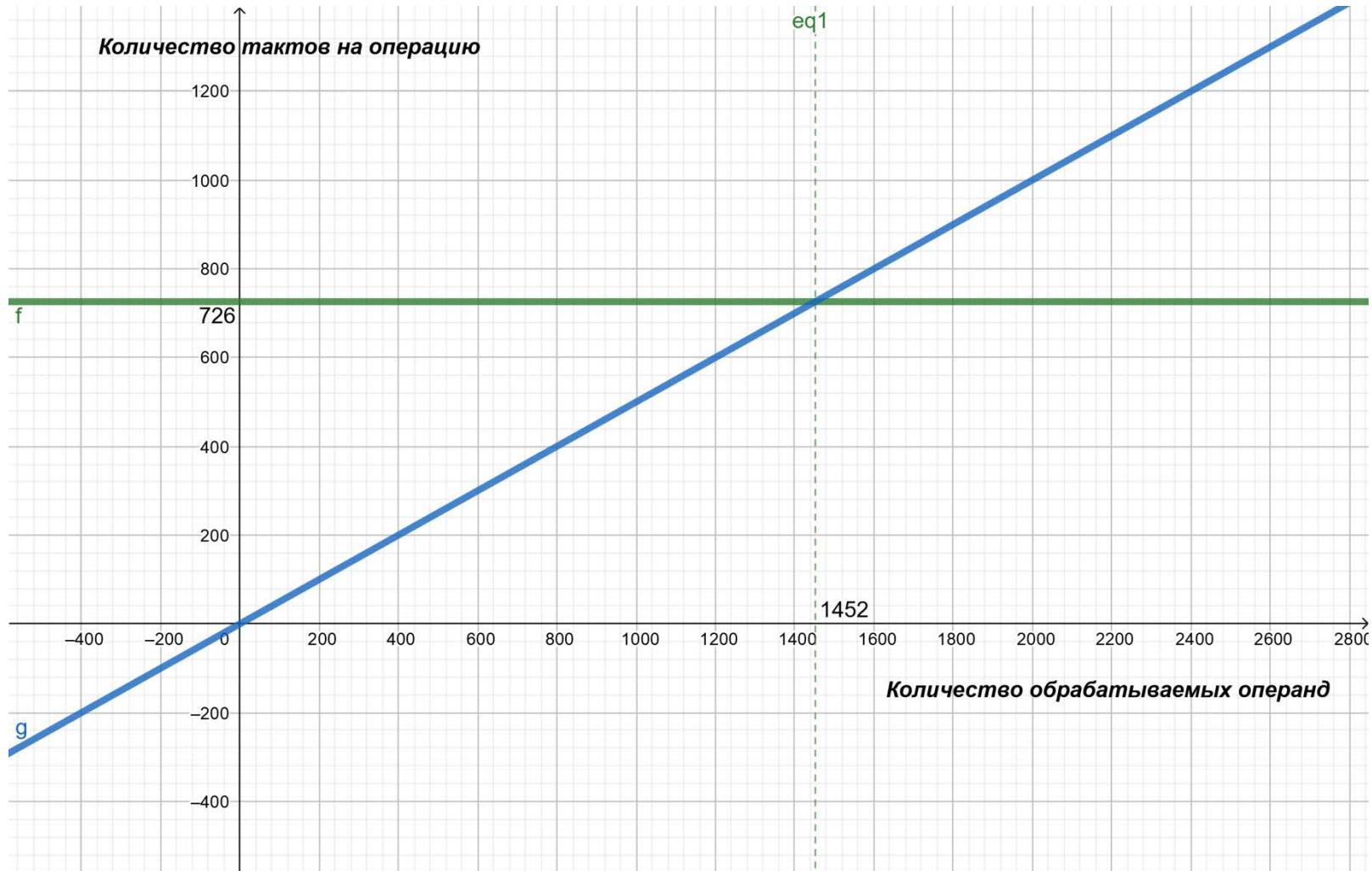
Демонстрационное приложение

Калькулятор сложения чисел с плавающей точкой

Оценка быстродействия алгоритма

Операция	Количество тактов
Сравнение 2 восьмиразрядных чисел	34
Взятие противоположных чисел для восьмиразрядных чисел	16
Сдвиг 2 операнд на 1 разряд вправо	4
Сдвиг мантиссы на разность экспонент (5 разрядов)	22
Сложение 23-разрядных мантисс	314
Вычитание мантисс (у операнд с разными знаками)	314
Нормализация мантисс	22
Сумма:	726

Оценка быстродействия в СРІ



Синий – выполнение на ЦП, Зеленый – выполнение на АП